

論文

[2069] 差分法によるフラットプレートの長期たわみ解析とその適合性

植松武是^{*1}・井野 智^{*2}・谷垣正治^{*3}・山田哲也^{*4}

1. はじめに

フラットプレートは無梁板構造の一種で、スラブを柱頭支板のない柱で直接支持する構造である。鉛直荷重はスラブと柱が負担し、水平力は剛性の高い外壁架構などが負担するのが通例である。同構造は、梁または支板によるデッドスペースが生じないため階高を低くしても広い室内空間を得ることができ、施工面でも、型枠の単純大型化、鉄筋工事作業の単純化とそれらに伴う生産性の向上といったメリットがある。外壁が多く、大空間が要求されるショッピングセンター、倉庫、工場、駐車場等への適用が考えられる。この様な鉄筋コンクリート（以下、RCと略記）造のフラットプレートでは、梁および柱頭支板の排除とスパンの大規模化に伴うたわみの増大が使用性能上問題となるため、現在では、スラブへのプレストレス導入が比較的容易なアンボンド鋼材との併用を前提とした実施例が多いようである。

現行の日本建築学会RC構造計算規準¹⁾では、無梁板構造については、柱頭に支板をもつ、いわゆるフラットスラブ形式のみを対象としており、フラットプレート形式についてはプレート厚限界値など、設計の指針となる具体的な条項は記されていない。海外においても、フラットプレートの使用荷重下の長期たわみ解析法として、柱列帯と柱間帯を一方向スラブと仮定して求めた値を重ね合わせるいくつかの簡便法が報告されているに過ぎず^{2) 3)}、合理的で信頼性の高い設計を行うためには、スラブの二方向性や連続性などを考慮し、たわみ性状を適正に評価できる予測法の確立が必要である。

これまでに著者らは、床スラブに曲げひび割れが生じてスパン方向の剛性分布が一様でなくなる、いわゆる、変断面の直交異方性板について、Branson⁴⁾等の等価剛性法を用いた弾性差分解析を繰り返すことでコンクリートのひび割れと時間依存性を考慮した長期たわみを算出する方法⁵⁾と、スラブの固定支持辺に強制変形角を与えて定着筋の伸びによる付加たわみを得る方法⁶⁾とを提案している。本研究では、これらの方法に準拠したフラットプレート用長期たわみ予測計算プログラムを開発し、海外における実在建物におけるフラットプレートの実測値と比較して、実用上十分な精度でその長期たわみを予測し得ることを明らかにし、パラメータ解析による障害の生じないプレート厚等の検討を行った。

2. 解析方法

本研究で用いるRCまたはプレストレスト鉄筋コンクリート（以下、PRCと略記）の長期たわみ解析法は、筆者らの既発表論文⁷⁾に段階的に改良を加えた、主として文献⁵⁾、⁶⁾に掲げる方法に準拠しており、関係式等の詳細な説明は紙幅の関係上割愛する。なお、PRCの長期たわみ解析に当たっては、緊張力の鉛直成分を荷重項から減ずることで⁸⁾、近似的にプレストレスの導

*1 北海道大学大学院、工修（正会員）

*2 北海道大学教授 工学部情報図形科学講座、工博（正会員）

*3 三井建設（株） 技術研究所主任研究員、工博（正会員）

*4 三井建設（株） 技術研究所

入効果を算入することとした。

差分法による解析結果には、分割数が大きく影響する。表1は、等分布荷重を受ける辺長比 $\lambda = 1.0$ 、柱幅スパン比 $C_x/L_x = 0.125$ のフラットプレートについて、柱幅の分割数を2, 4, 6とした場合の、

表1 分割数のフラットプレートに及ぼす影響

分割 スパン	柱幅	たわみ $10^{-2} p L_x^4 / D$	柱列帯最大曲げモーメント		柱間帯最大曲げモーメント	
			端部 $10^{-1} p L_x^2$	中央部 $10^{-1} p L_x^2$	端部 $10^{-1} p L_x^2$	中央部 $10^{-1} p L_x^2$
16×16	2×2	0.437	-1.649 (-1.465)	0.458	-0.318	0.348
32×32	4×4	0.409	-1.646 (-1.573)	0.444	-0.359	0.353
48×48	6×6	0.402	-1.897 (-1.572)	0.441	-0.412	0.364

注: 柱幅スパン比 $C_x/L_x = 0.125$, 床スパン比 $L_y/L_x = 0.2$, 記号は図3の第2巻型, カッコ内は柱間帯の平均値

差分法弾性解としてのプレート中央点のたわみと、柱列帯および柱間帯の最大正負曲げモーメントを比較したもので、この種の近似計算では分割数が多くなるほど解は厳正解に近づく。差分法では、分割が粗いもののほど最大たわみは過大評価となり、最大負曲げモーメントの絶対値は過小評価となる。この場合、分割数の精粗によるたわみの違いと曲げひび割れがたわみにおよぼす影響とはほぼ相殺関係となるが、表1に示すように、最大負曲げモーメントは柱の分割数が4以上でその平均応力に大差のなくなることから、本研究では、柱幅の分割数が最低4となるようにして計算を行った。

3. 適合性の検討

無梁板構造の長期載荷実験や実測調査データは不足しており、フラットプレートの場合、海外で数例が報告されているにすぎない。ここでは、Taylor⁹⁾, Heiman¹⁰⁾, Jenkins¹¹⁾, Sbarounis¹²⁾らが実測調査を行った実在RC建物における4種類のフラットプレートを検討例として、本解析法による長期たわみ予測値と実測値との対応を調べる。

3. 1 計算の概要

検討例は、表2に掲げる(a)~(d)のフラットプレートで、それぞれ店舗、駐車場、倉庫、および病室として設計されたものである。

たわみ実測は全て内スパンのフラットプレートで行われたものである。これらはいずれも隣接スパンの少なくとも一つが外スパンであり、隣接するスパンあるいは荷重状態が不均等となる場合もあるが、ここでは短辺および長辺方向スパンを無限均等と仮定して計算を行った。検討対象床が多層建物の一般階にあることから、上階床コンクリート打設時に最大の荷重を受け、その値をコンクリート床自重の2.1倍と仮定する¹³⁾。実測中はいずれもほぼ無載荷の状態にあったと報告されていることから、積載荷重 $L+L=0$ とする。

スパン、柱形状、プレートの厚さ、コンクリートの材料性状などについては実測値を用い、実測値がない場合には設計値を用いることとし、これらの値と計算上必要となるコンクリートの時間依存性に関する諸元等を表2に掲げた。引用文献では配筋状態のごく一部しか判らないため、差分法による弾性解を用い日本建築学会の現行RC構造計算規程に準拠した配筋とした。

なお、計算に当たっては、短辺スパンの分割を40または42とし、分割形状ができるだけ正方形となるように長辺スパンを分割した。

3. 2 計算値と予測値の比較

本解析法で求めたフラットプレート(a)~(d)の長期たわみ予測値は、表3に掲げる通りである。表中の①はプレート中央、②、③は短、長辺方向柱列帯の中央を表す。検討対象は、(a)2枚、(b)3枚、(c)1枚、(d)175枚であり、表3の実測値は上記各位置における建物ごとの平均値である。

プレート中央における実測値に対する予測値の比率は0.81~1.25で、(a)の②を除く短、長辺方向柱列帯の中央における同比率は0.87~1.34程度である。

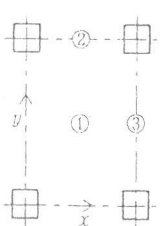
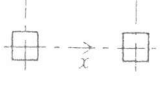
ちなみに、上で除いた(a)の②での値は、当該フラットプレートの長辺スパン方向が3スパンで、かつ隣接スパンが著しく短いという、計算仮定における連接条件との違いが顕著に現れたものと考えられる。(a)ほど隣接スパンとの差異はないが、ほぼ同じ連接状態にある(b)の③にも、実測値と予測値の間にやや大きな隔たりが見られる。

図1は、縦軸に実測値、横軸に予測値をとり、各フラットプレートの①~③における長期たわみをプロットしたものである。上述の(a)の②、(b)の③を除くと、8点中6点が、実測値と予測値の差が20%以下に納まっている。また、本解法は、載荷開始材令、載荷日数、載荷年数による倍率等を考慮したコンクリートの有効ヤング係数¹⁴⁾を用い、使用荷重下におけるたわみの経時変化をシミュレートすることができ、この方法で算出した(a)、(b)のフラットプレート中央におけるたわみの伸展状況と実測値の対応は図2に示す通りである。いずれも、計算値は、実在フラットプレートの長期たわみ性状を概ね表現しているように思われる。

表2 実在フラットプレート長期たわみ予測計算諸元

項目	スパン		柱幅	プレート厚さ	コンクリートのヤング係数		設計荷重		備考
	短辺	長辺			開始	終了	固定荷重	積載荷重	
建築物	L_x cm	L_y cm	$C_x \times C_y$ cm $\times$ cm	t cm	E_c kgf/cm ²	日	日	DL LL kg/m ²	(1)コンクリートの有効ヤング係数のばらつきが大きい ため、 $E_c(3000\text{psi}=211\text{kgf/cm}^2)$ を用いる。 (2)コンクリートの経時変化: 1.8% (3)ポアソン比: 0.2 (4)鉄筋のヤング係数: $2.03 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ (5)鉄筋の経時変化: $2.00 \times 10^3 \text{ kgf/cm}^2$ (6)その他の諸元は参考文献
(a)Taylor ⁹⁾	508	635	51 $\times$ 51	20.3	2.50×10^5	14	850	537 367	
(b)Heiman ¹⁰⁾	724	754	72 $\times$ 36	24.1	2.25×10^5	21	589	578 293	
(c)Jenkins ¹¹⁾	574	548	56 $\times$ 56	24.3	2.75×10^5	10	365	583 586	
(d)Sbarounis ¹²⁾	658	683	65 $\times$ 65	18.4	1.47×10^5	14	365	540 195	

表3 長期たわみ実測値と予測値の比較

建築物	測定位置	長期たわみ		予測値	備考
		予測値 mm	実測値(3箇所) mm	実測値	
(a)Taylor ⁹⁾	①	14.6	16.6(15.0~18.3)	0.88	(1)*長期経時による経時 (2)載荷開始時の値 
	②	6.8	3.2(2.5~3.8)	2.14	
	③	12.9	14.4(14.2~14.5)	0.90	
(b)Heiman ¹⁰⁾	①	21.7	19.5(18.8~20.8)	1.11	
	②	13.4	15.4(13.5~17.3)	0.87	
	③	16.5	12.3(11.9~12.7)	1.34	
(c)Jenkins ¹¹⁾	①	9.9	7.9(—)	1.25	
	②	5.7	4.5(4.1~4.8)	1.27	
	③	7.9	7.6(6.9~8.4)	1.04	
(d)Sbarounis ¹²⁾	①	27.9	34.3(13.5~54.9)	0.81	

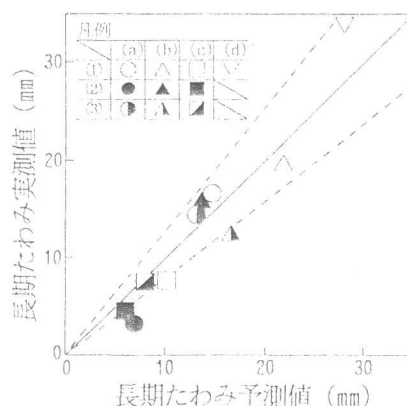
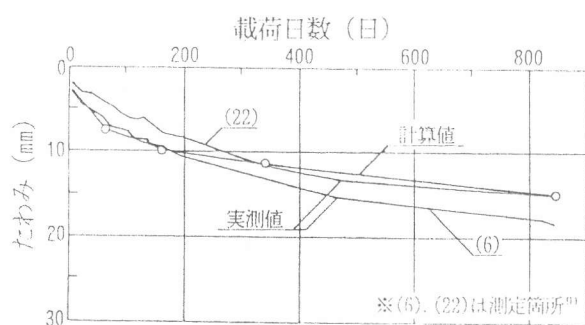
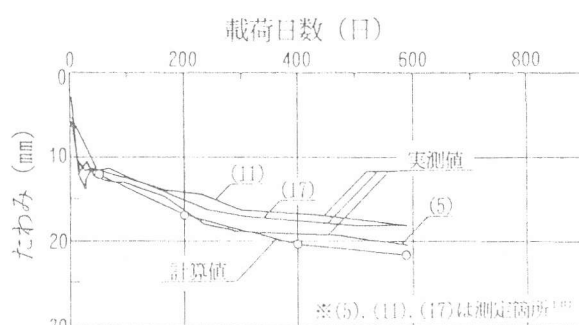


図1 長期たわみ実測値と予測値の対応



(a)Taylor



(b)Heiman

図2 実在フラットプレートの中央点のたわみの伸展状況

4. フラットプレートの長期たわみ計算例

ここでは、二方向が無限均等、柱断面が正方形のフラットプレートについて、スパン、スラブ厚、柱断面が異なる幾つかの検討モデルを設定し、コンクリートの材令を無限大とした時の、使用荷重下におけるたわみ計算を行い、たわみ障害の生じないスラブ厚などを考察した。

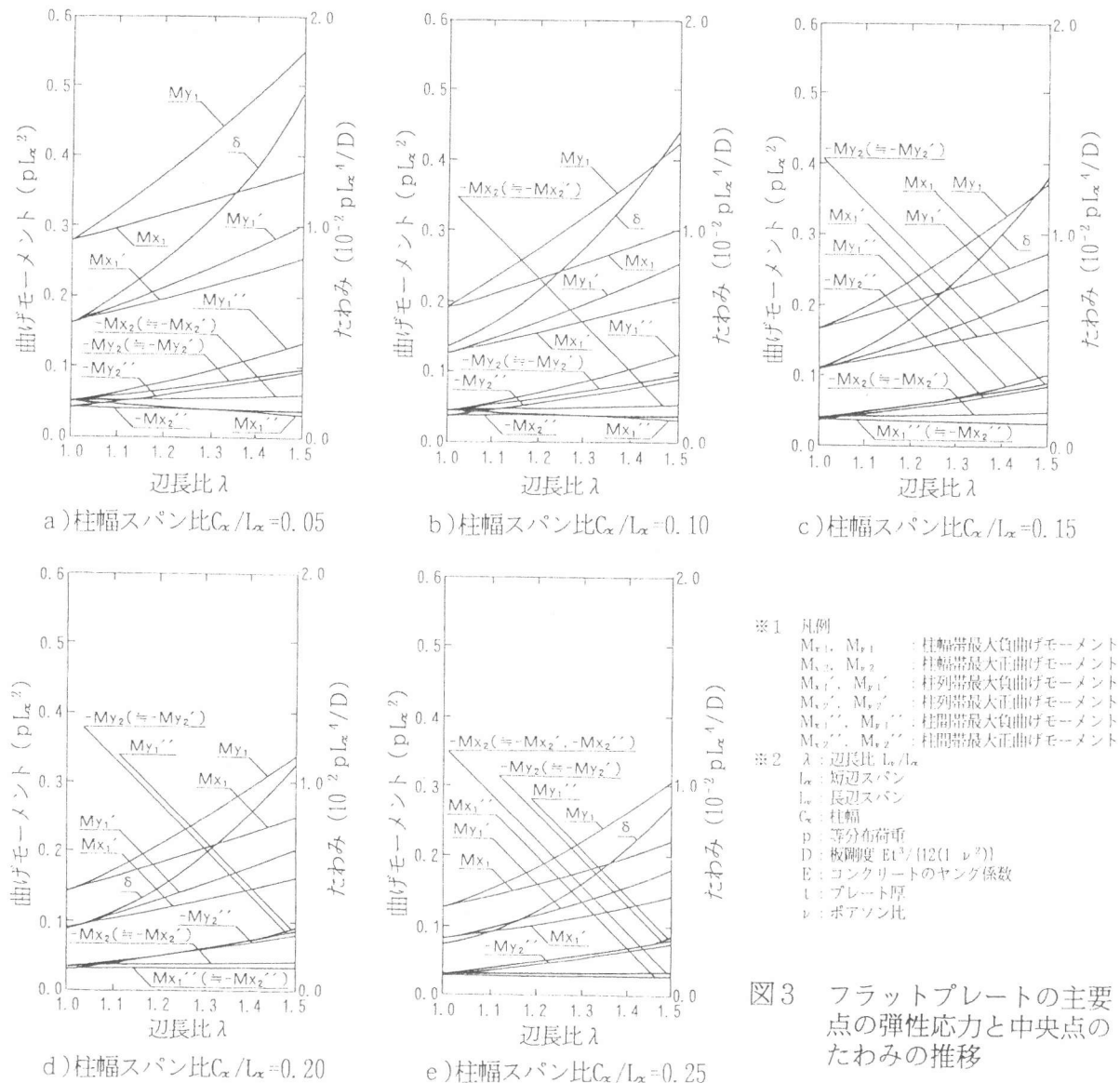
4. 1 計算の概要

事務所または店舗建築への適用を考え、必ずしもプレストレスの導入を必要としない規模のフラットプレートとして、検討モデルのスパン、柱断面、プレート厚、荷重条件、材料性状などを表4のように設定した。

配筋は、フラットプレートを柱列帯 ($L_x/2$ または $L_y/2$) と柱間帯 ($L_x/2$ または $L_y/2$) に分けて行い、柱列帯については柱幅の領域 (以下、柱幅帯と略記) を考え別途配筋する。配筋量は差分法弾性解の帯ごとの最大正負曲げモーメントに対する必要最小断面とし、圧縮鉄筋は引張鉄筋の $1/2$ 、柱間帯中央部では圧縮筋を挿入しない。

4. 2 計算結果の考察

(1) 応力図と中央点のたわみ



本解析法を拡張し、柱頭に支板をもつフラットスラブへ適用することも可能である。ここでは、その布石として支板の変形を無視した場合も含め、柱幅スパン比を0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25となる各ケースについて、辺長比が1.0～1.5まで変化する時の差分法による弾性解として、プレート中央点のたわみと、柱幅、柱列、柱間帯における最大正負曲げモーメントの推移を示すと、図3となる。辺長比が1.0～1.5まで変化する弾性たわみは約3～4倍となり、柱幅スパン比の大きなものほど倍率は大きく、辺長比の影響が顕著なことがわかる。

(2) 長期たわみ

検討モデルは、柱心スパン L_x 、 L_y を有効スパンとして現行の学会RC計算規準で求めた周辺固定スラブの最小厚を基準（表4のプレート厚欄に*印）として、これらを1.5～3.0cm間隔で増減したものをプレート厚と定めた。

検討モデルの短辺スパンは6.0mと8.0mであり、仮に、使用上支障となる長期たわみ限界値を短辺スパンの1/250とする¹⁵⁾、許容たわみは、それぞれ、

24, 32mmとなる。表4によれば柱幅が1.2mを越えると学会RC規準値以下での設計が可能となるが、柱幅が1m以下となる通常の建物では、プレート厚を割増しするかプレストレスを導入するなどの対策が必要である。

参考までに、同規準値をプレート厚として、コンクリート自重分をキャンセルするプレストレスを与えたときの長期たわみ予測値を表5に掲げる。緊張材の弛緩20%を見込んで、PRCフラットプレートの長期たわみはRCの1/2程度となっている。

表4によれば、RCモデルにおける弾性たわみを基準とした長期たわみ増大率（以下、長期たわみ倍率という）は6.2～7.4である。検討モデルの条件設定が限られており、現時点で施工誤差等を見込んだ実際の長期たわみ倍率を特定することはできないが、仮に、同倍率を8、使

表4 フラットプレートの長期たわみ予測値

短 辺 スパン L_x cm	柱 幅 $C_x \times C_y$ cm×cm	辺長比 λ	プレート 厚 さ t cm	弾 性 たわみ Δ_e mm	初 期 たわみ Δ_i mm	付 加 たわみ Δ_s' mm	長 期 たわみ Δ_t mm	長期たわみ 倍 率 Δ_t / Δ_e	
600.0	90×90	1.0	18.0*	3.6	5.1	1.8	26.6	7.37	
			19.5	3.0	4.1	1.6	21.3	7.19	
			21.0	2.5	3.4	1.4	17.4	7.05	
		1.1	19.0*	4.0	5.6	1.4	29.0	7.24	
			21.0	3.1	4.3	1.3	21.9	6.96	
			23.0	2.5	3.4	1.2	17.3	6.88	
		1.2	20.0*	4.6	6.8	1.2	33.1	7.27	
			22.5	3.4	4.7	1.0	23.5	6.87	
			25.0	2.7	3.5	1.0	17.8	6.71	
800.0	80×80	1.0	24.0	6.9	11.1	1.0	45.1	6.40	
			27.0*	5.2	7.6	0.7	33.5	6.38	
			30.0	4.1	5.6	0.6	25.3	6.19	
		120×120	1.0	24.0	5.7	8.4	1.0	38.3	6.76
				27.0*	4.3	5.8	0.8	27.5	6.42
				30.0	3.3	4.4	0.7	21.2	6.35
	160×160	1.0	24.0	4.5	6.3	1.0	30.2	6.66	
			27.0*	3.4	4.4	0.9	22.1	6.47	
			30.0	2.7	3.4	0.8	17.1	6.39	

《備考》(1) Δ_e は鉄筋の影響を無視した時の弾性たわみ。(11)鉄筋のヤング係数 : $2.1 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$
(2) $\Delta_t = \Delta_{cr} + \Delta_s$ (12)鉄筋の付着クリップ係数 : 1.0
(3) $\Delta_t = \Delta_{cr} + c_p + s_h + \Delta_s'$ (13)設計用積載荷重 : 300.0 kg/m^2
(4) 辺長比 : 長辺スパン L_y / L_x (14)仕上げ荷重 : 80.0 kg/m^2
(5) コンクリートのヤング係数 : $2.1 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$ (15)長期積載荷重 : 300.0 kg/m^2
(6) コンクリートの粘弾係数 F_c : 210.0 kgf/cm^2 (16)鉄筋のたわみ厚 : 50.0 mm
(7) コンクリートの引張強度 : 1.8 vF_c (17)施工時荷重 : 自重 $\times 2.1$
(8) コンクリートのクリープと乾燥収縮を考慮した有効ヤング係数 : $2.66 \times 10^4 \text{ kgf/cm}^2$ (18)スランプの影響係数 : 1.0
(9) ボアソン比 : 0.2 (19) *印は現行の学会RC規準によるスラブ厚
(10) 鉄筋の許容引張応力度 : $2.0 \times 10^3 \text{ kgf/cm}^2$ (20)配筋は差分解の応力による。
(21) 短辺スパンを40等分し、分割形状は正方形とした。

表5 プレストレスを与えた場合のフラットプレートの長期たわみ予測値

短辺 スパン L_x cm	柱幅 $C_x \times C_y$ cm×cm	辺長比 λ	プレート 厚さ t cm	弾性 たわみ Δ_e mm	初期 たわみ Δ_i mm	長期付加 たわみ Δ_s mm	長期 たわみ Δ_t mm	長期たわみ 倍率 Δ_t / Δ_e
600.0	90×90	1.0	18.0	1.7 (2.1)	2.1 (2.6)	0.7 (1.0)	11.3 (14.0)	6.71 (6.77)
			19.0	1.8 (2.3)	2.2 (2.8)	0.7 (0.9)	11.7 (14.6)	6.40 (6.46)
		1.1	20.0	2.0 (2.5)	2.3 (3.0)	0.6 (0.8)	12.2 (15.5)	6.09 (6.14)
			27.0	1.6 (2.1)	1.7 (2.3)	0.3 (0.5)	8.7 (11.9)	5.51 (5.61)

《備考》(1) Δ_e は鉄筋の影響を無視した時の弾性たわみ。(2) 材料性状等は表1の備考参照。
(2) $\Delta_t = \Delta_{cr} + \Delta_s$ (3) 下段のカッコ内の数値は、差減によりつり上げ力が20%減少したときの長期たわみ予測値。

用性を損なわないたわみ限界値を短辺スパンの $1/250$ とすると、図3から弾性たわみが短辺スパンの $1/2000$ 以下となるプレート厚を逆算し、これを設計値とすることができる。

上に挙げたフラットプレートの長期たわみ倍率は、同じ方法で求めた周辺固定スラブの倍率よりも小さい。これは、フラットプレート定着筋の伸びによる付加たわみの影響が、伸びを考慮しない場合の $3\sim 9\%$ で、一般に指摘されている $20\sim 30\%$ ¹⁶⁾よりもかなり小さいことが主な理由と思われる。

5. まとめ

鉄筋コンクリート床構造の使用性能評価システムを構築することを目的として、本研究では、その中心課題である二方向床スラブの使用荷重下における長期たわみ予測計算法について、筆者らが段階的改良を重ねてきた差分法による解析手法を整理し、アンボンド鋼材の普及などにより実施例が増えつつあるフラットプレートへの適用を試みたもので、その要約を以下に列挙する。

- 1) フラットプレートの任意材令における長期たわみを本法により比較的よく予測し得ることを、海外における実測データにより検証した。
- 2) フラットプレートを設計する際に必要となる主要点の弾性応力とたわみの図表を提示した。
- 3) 必ずしもプレストレスの導入を必要としない規模のフラットプレートの長期たわみは弾性たわみの7倍前後となる。
- 4) 前項の長期たわみ倍率と弾性たわみから、たわみ障害の生じないプレート厚を算定できる。
- 5) 無梁板構造のたわみ制御に及ぼす支持板およびプレストレスの導入の有効性を検討した。

なお、本研究におけるPRCフラットプレートの長期たわみ解析は、アンボンド鋼材のつり上げ力のみを考慮した近似計算である。プレストレスの水平成分を勘案した解析や、柱への定着を前提としたフラットプレート補強筋の伸びの適性評価などは今後の課題としたい。

参考文献

- 1) 日本建築学会：鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説、1988。
- 2) Branson, D.E. : Deformation of Concrete Structures, McGraw-Hill, 1977.
- 3) Rangan, B.V. : Prediction of Long-Term Deflections of Flat Plates and Slabs, ACI Journal, pp.223-226, Apr.1976.
- 4) Branson, D.E. : Instantaneous and Time-Dependent Deflections of Simple and Continuous Reinforced Concrete Beams, HPR Publication 7, Part 1, 1-78, Alabama Highway Department, Bureau of Public Roads, Aug. 1963.
- 5) 杉野目 章・井野 智・伊藤正義・吉野修司：鉄筋コンクリート床スラブの長期たわみ解析とその適合性について、コンクリート工学年次論文報告集, Vol.11, No.2, pp.417-422, 1989.
- 6) 井野 智・伊藤正義・杉野目章・植松武是：鉄筋コンクリート床スラブの端部上ば鉄筋定着部の伸びによる付加たわみ概算法、コンクリート工学年次論文報告集, Vol.14, No.2, pp.149-154, 1992.
- 7) 杉野目章・井野 智・土橋由造・山村明義：使用荷重下における鉄筋コンクリート床スラブたわみ予測計算、日本建築学会構造系論文報告集, No.372, pp103-113, 1987.2.
- 8) 日本建築学会：プレストレストコンクリート設計施工規準・同解説, pp.272-274, 1987.
- 9) Taylor, P.J. : Initial and Long-Term Deflections of a Reinforced Concrete Flat Plate Structure, Civil Engineering Transactions, pp.14-20, Apr. 1970.
- 10) Heiman, J.L. : A Comparison of Measured and Calculated Deflections of Flexural Members in Four Reinforced Concrete Buildings, Deflections of Concrete Structures, SP-43, American Concrete Institute, Detroit, pp.515-545, 1974.
- 11) ACI Committee 435 : Observed Deflections of Reinforced Concrete Slab Systems, and Causes of Large Deflections, Deflections of Concrete Structures, SP-86, American Concrete Institute, Detroit, pp.15-61, 1985.
- 12) Sbarounis, John A. : Multistory Flat Plate Buildings/Measured and Computed One-Year Deflections, Concrete International, Design & Construction, Vol.6, No.8, pp.31-35, Aug. 1984.
- 13) 山本俊彦：鉄筋コンクリート構造物の初期損傷の防止に関する研究, 学位論文, pp.139-177, 1989.10.
- 14) 杉野目 章・井野 智・伊藤正義・駒込 環：鉄筋コンクリートばりの長期たわみ解析とその適合性について、コンクリート工学年次論文報告集, Vol.10, No.3, pp.307-312, 1988.
- 15) 土橋由造・井野 智：大撓みをもつ鉄筋コンクリート障害床スラブの実態調査とその対策、日本建築学会論文報告集, No.272, 1978.10.
- 16) 例えば武田寿一・高橋久雄・小柳光生：床スラブの長期たわみに関する研究、コンクリート工学論文, Vol.21, 1983.9.