

論文

[2036] 付着特性の変動が引抜試験体の挙動に及ぼす影響に関する研究

長友克寛*¹・角 徹三*²

1. はじめに

付着特性値は、鉄筋およびコンクリート自身のもつ品質の変動、施工条件、実験条件等によって、ある不確定性をもって変動することは避けられない。特に、鉄筋は横ふし形状・寸法がかなり広い許容限度をもつ製造基準に基づいているため、これを公称径のみで区別して取り扱おうとすれば、付着特性の不確定性に大きく影響を及ぼす。このことは、適用範囲の広い付着特性モデルを提案しようとした場合、横ふしの間隔、高さ、ふし角度などを考慮に入れたより精巧な、場合によっては複雑過ぎるモデルとなってしまうことにもつながっている。

最終的に提案される付着特性モデルは、その中に含まれるパラメータの数が主要なものに限定された、簡潔なものが望ましい。そのためには、各パラメータ自身に対して予想される変動はもちろんのこと、その変動が部材挙動にどの程度影響を与えるかについても検討する必要がある。

これまでに、付着強度式中に含まれる変数の変動が強度算定値にどのような変動となって現れるかを検討した研究 [1] はみられるが、付着特性自身の変動が部材全体の挙動にどの程度影響を及ぼすかということについては十分議論されているとは言えない。

本研究の目的は、単純な引抜試験体を対象とし、バイリニア型の付着応力-すべり関係に含まれる初期付着応力すべり剛性および付着降伏応力の変動がその載荷端すべりに与える影響について、定着長の変化と関係付けて解析的に検討することにある。

2. 解析概要

2. 1 解析対象

解析対象は、図-1に示した引抜試験体の一軸ばね系モデルである。試験体は、鉄筋横ふし間隔 l_r 毎に付着要素と鉄筋要素とに分割してある。付着要素の付着応力 τ -すべり S 関係、および鉄筋要素の軸応力 σ_s -軸歪み ε_s 関係をそれぞれ図-2に示す。

2. 2 解析変数

本研究では、弾性解析と弾塑性解析の2つを行った。前者では第一付着応力すべり剛性 k_1 のみを、後者ではそれに加えて付着降伏応力 τ_y を確率変数とし、他の諸量は確定値とした。解析では、 k_1 および τ_y の変動係数 V_k および V_y がそれぞれ10%の場合について検討した。

解析パラメータとして横ふし個数 n_r (定着長 l)、 k_1 の期待値 $E[k_1]$ 、 τ_y の期待値 $E[\tau_y]$ および付着降伏後の剛性低下率 $\alpha_b (=k_2/k_1)$ の4つを用い、各々の組み合わせに対して、 k_1 または τ_y の変動が載荷端すべり S_l の変動係数 V_s に及ぼす影響について検討した。

図-1の解析モデルおよび図-2の材料特性モデルに含まれる諸量の期待値を表-1に示す。

2. 3 解析方法

構造系を構成するパラメータが確率変数であるときの変位応答は、弾性解析の場合には確率有限要素法の考え方をを用いることによって比較的簡単に求めることができる [2, 3]。

*1 高松工業高等専門学校助教授 土木工学科, 工修 (正会員)

*2 豊橋技術科学大学教授 建設工学系, 工博 (正会員)

引抜試験体のばね系モデルにおいて、全体剛性方程式は次式で表される。

$$\mathbf{KU} = \mathbf{P} \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{K}$ は全体剛性マトリックス、 $\mathbf{U}$ は節点変位ベクトル、そして $\mathbf{P}$ は節点荷重ベクトルである。以下では、 $\mathbf{P}$ は確定値であるものとする。

いま、要素を構成する特性値のうち n 個が確率変数であるとし、それを X_i ($i=1 \sim n$) で表す。剛性マトリックス $\mathbf{K}$ を全ての X_i の期待値 $\bar{\mathbf{X}} = \{\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n\}^T$ のまわりでテーラー展開し、一次項まで採用すると

$$\mathbf{K} = \bar{\mathbf{K}} + \sum_{i=1}^n \mathbf{K}_i^I \cdot \varepsilon_i \quad (2)$$

$$\text{ここに、} \varepsilon_i = X_i - \bar{X}_i, \quad \mathbf{K}_i^I = \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial X_i} \quad (3)$$

ε_i は期待値ゼロの微小な確率変数であり、 $\bar{\cdot}$ はその値を $\bar{\mathbf{X}}$ で評価することを意味する。

一方、変位 $\mathbf{U}$ についても、 ε_i のべき級数として次式で与えられるものと仮定する。

$$\mathbf{U} = \bar{\mathbf{U}}^0 + \sum_{i=1}^n \mathbf{U}_i^I \cdot \varepsilon_i + \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mathbf{U}_{ij}^{II} \cdot \varepsilon_i \cdot \varepsilon_j + \dots \quad (4)$$

$$\text{ここに、} \mathbf{U}_i^I = \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial X_i}, \quad \mathbf{U}_{ij}^{II} = \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial X_i \partial X_j} \quad (5)$$

式(2)と式(4)とを式(1)に代入し、整理すると

$$\bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{U}}^0 + \sum_{i=1}^n (\mathbf{K}_i^I \bar{\mathbf{U}}^0 + \bar{\mathbf{K}}\mathbf{U}_i^I) \cdot \varepsilon_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{2} \cdot \bar{\mathbf{K}}\mathbf{U}_{ij}^{II} + \mathbf{K}_i^I \mathbf{U}_j^I \right) \cdot \varepsilon_i \cdot \varepsilon_j + \dots = \mathbf{P} \quad (6)$$

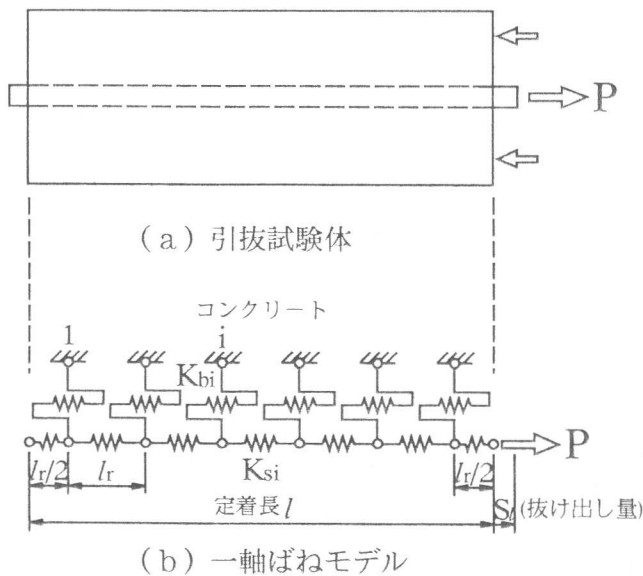
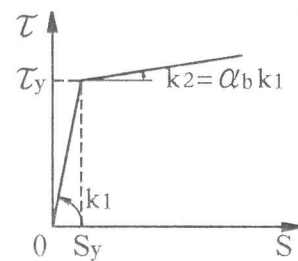
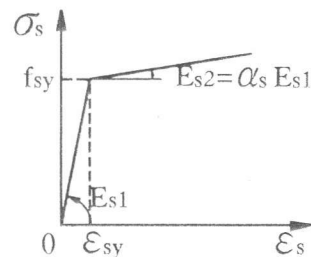


図-1 解析対象



(a) 付着応力-すべり関係



(b) 鉄筋の応力-歪み関係

図-2 解析に用いた材料特性

上式の両辺において ε_i の 0 次項, 1 次項, 2 次項の各係数をそれぞれ等置し, 順次解くことにより, 次の 3 つの式を得る.

$$\bar{U}^0 = \bar{K}^{-1} P, \quad U_i^I = -\bar{K}^{-1} K_i^I \bar{U}^0, \quad U_{ij}^{II} = -\bar{K}^{-1} (K_i^I U_j^I + K_j^I U_i^I) \quad (7)$$

これら 3 つの式により, 式(4)に含まれる ε_i の各次数の係数 (i 次の変動率) が決定できる.

次に, 式(7)より変位 U の期待値 $E[U]$ および分散 $\text{Var}[U]$ を求めるわけであるが, ε_i の 1 次項まで考慮することを 1 次近似法, 2 次項まで考慮することを 2 次近似法という. 本研究では, $E[U]$ には 2 次近似法, $\text{Var}[U]$ には 1 次近似法をそれぞれ用いた. 以下にその結果のみを示す.

$$E[U] = \bar{U}^0 + \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n U_{ij}^{II} \cdot \text{Cov}[X_i, X_j], \quad \text{Var}[U] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n U_i^I U_j^I \cdot \text{Cov}[X_i, X_j] \quad (8)$$

ここに, $\text{Cov}[X_i, X_j]$ は X_i と X_j との共分散である. 今回の弾性解析では, 付着応力-すべり関係における k_1 の変動が載荷端すべり S_l の変動係数 V_s に及ぼす影響について検討を加えた.

次に, 議論を一步進めて, k_1 または τ_y の変動が V_s に及ぼす影響についてモンテカルロ法を用いた弾塑性解析により検討した. k_1 および τ_y の変動係数は 10% とし, どちらか一方のみを変動させた. k_1 を変動させる場合には, 第 2 付着応力すべり剛性 $k_2 (= \alpha_b \cdot k_1)$ も同時に変動させた. なお, 各付着要素間におけるこれらの変動要因の値は, それぞれ相互に完全独立であると仮定した. 解析結果の検討は, 引抜力が鉄筋降伏力に達した時点の載荷端すべり S_l ($P=P_y$) を対象として行った. モンテカルロ法におけるデータ数 (試験体数) は, 各解析とも 1500 個とした.

3. 解析結果

3. 1 弾性解析

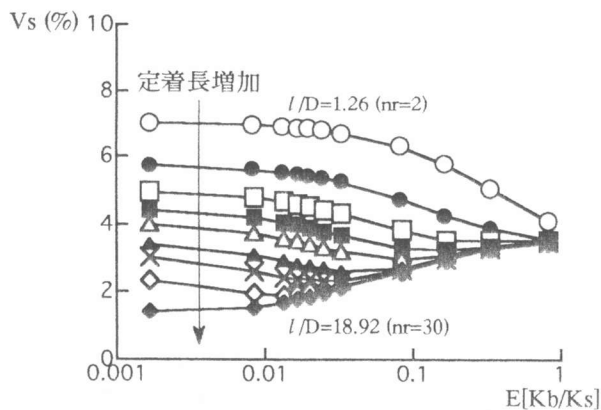
まず, 弾性解析結果について説明する. なお結果は, l については鉄筋径 D で無次元化した l/D を, k_1 についてはそれより求めた付着要素剛性 $K_b (= k_1 \cdot \pi \cdot D \cdot l_r)$ を鉄筋要素剛性 $K_s (= E_s \cdot \pi \cdot D^2 / 4 l_r)$ で無次元化した K_b/K_s を用いてそれぞれ整理してある.

図-3 は, $V_k=10\%$ の場合について, V_s と K_b/K_s の期待値 $E[K_b/K_s]$ との関係を, l/D をパラメータにとって表している. ここに, 同図(a)は各付着要素の k_1 が相互に完全独立 (相関係数=0) の場合, 同図(b)は完全相関 (相関係数=1) の場合に関するものである. 当然のことながら, 他の条件が同じであれば, 完全相関の場合の方が完全独立の場合よりも V_s は大きい. 特に, 完全相関

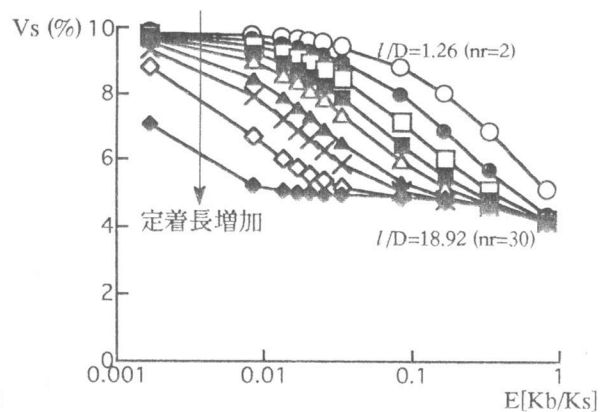
表-1 解析パラメータ

鉄筋要素 (D22鉄筋)		付着要素	
弾性係数 E_s (GPa)	206.0	第 1 付着応力 すべり剛性 k_1 (GN/mm ³)	(9.81), 49.1, 78.5 (98.1), 117.7, 147.2 196.2, 490.5, (981.0)
降伏応力 f_{sy} (MPa)	294.3		
公称径 D (mm)	22.2		1962.0, 4905.0
横ふし間隔 l_r (mm)	14.0	付着降伏応力度 τ_y (MPa)	(4.91), (9.81)
横ふし個数 n_r	(2), 3, 4, (5), 6 8, (10), (15), (30)	付着降伏後の剛性 低下率 α_b (-)	(0.1), (0.5)
定着長 l (mm)	(28), 42, 56, (70), 84 112, (140), (210), (420)		

() 内の値は, 弾塑性解析時に使用したもの. k_1 , τ_y の値は期待値

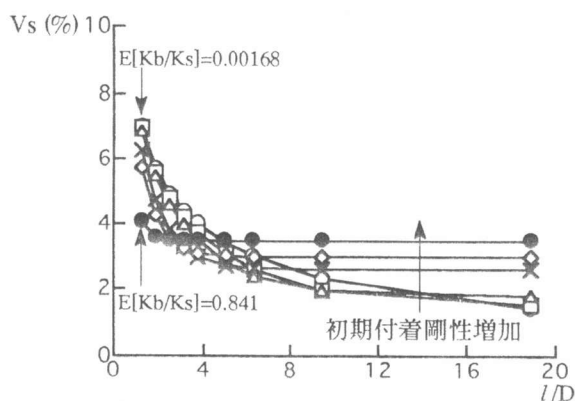


(a) 完全独立の場合

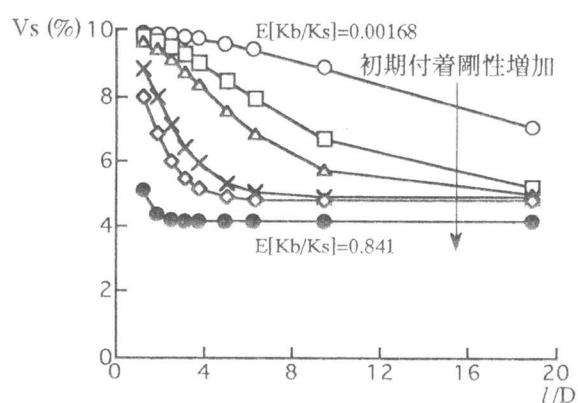


(b) 完全相関の場合

図-3 片引試験における V_s - $E[Kb/Ks]$ 関係 (弾性解析, $V_k=10\%$ の場合)



(a) 完全独立の場合



(b) 完全相関の場合

図-4 片引試験における V_s - l/D 関係 (弾性解析, $V_k=10\%$ の場合)

の場合で l/D および $E[Kb/Ks]$ がともに小さい場合 V_s は 10% に近くなり, k_1 の変動が直接 S_l の変動として現れる. しかし, この場合でも V_s が V_k よりも大きくなることはない. 一方, 完全独立か完全相関かに関わらず, $E[Kb/Ks]$ が大きくなるにしたがって l/D の違いによる V_s の差は次第に小さくなり, ある一定値に収束することは現象として興味深い. これは, k_1 が大きくなると荷端近傍のみで定着が完了するため, 定着長の長短はあまり関係がなくなるためと考えられる. ただし,

V_s がほぼ収束するこの領域に対応する k_1 の値は極端に大きなものであり, 現実的な値ではない.

図-4 は, 図-3 の結果を, $E[Kb/Ks]$ をパラメータにとり V_s と l/D との関係に表示し直したものである. 同図(a)の k_1 が完全独立の場合, l/D が短い領域では $E[Kb/Ks]$ が小さいほど V_s は大きい. $E[Kb/Ks]$ に関わらず, l/D の増加とともに V_s は低下するが, その低下率は $E[Kb/Ks]$ の小さいものほど大きい. やがて $E[Kb/Ks]$ が大きいものほど逆に V_s は大きくなる. 最終的に, 各 $E[Kb/Ks]$ の値毎に V_s はある一定値に収束する. 同図(b)の完全相関の場合も, l/D の増加に伴って V_s は低下す

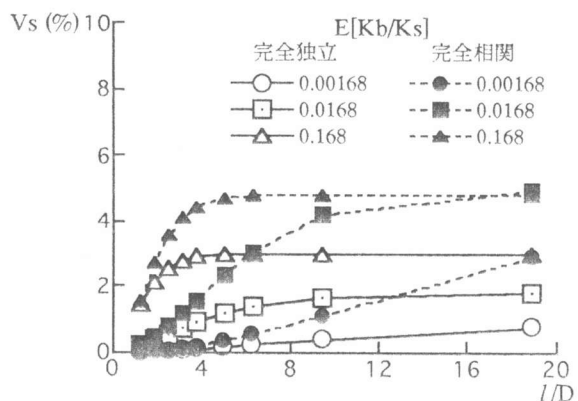


図-5 両引試験における V_s - l/D 関係 (弾性解析, $V_k=10\%$ の場合)

るが、その低下の仕方は $E[K_b/K_s]$ によって異なる。この場合も V_s はある一定値に収束するが、その値は完全独立の場合よりも大きい。

$V_k=5\%$ の場合の V_s は、 V_k の大きさに対応して $V_k=10\%$ の場合のほぼ1/2になった。

自由端変位の拘束の有無が V_s に与える影響をみるため、図-1の解析モデルにおいて鉄筋自由端変位を拘束した場合についても解析を行った。これは、両引試験における片側半分を考えたことに対応している。図-5は、その解析結果のうちの V_s と l/D との関係を、 $E[K_b/K_s]$ をパラメータにとって示したものである。完全相関か完全独立かに関わらず、 l/D の増加に伴い V_s は増大し、やがてある一定値に収束する。それは、 $E[K_b/K_s]$ が大きいほど速く、また収束値そのものも大きい。 l/D の増加に伴う V_s の増大傾向は、上述の片引試験の場合とは全く逆の傾向であり興味深い。なお、当然のことながら完全相関の場合の方が完全独立の場合よりも V_s は大きい。

3. 2 弾塑性解析

まず、 k_1 が変動係数 $V_k=10\%$ で変動することによる V_s への影響について、 $\tau_y=9.8\text{MPa}$ の場合をもとに考察する。図-6は、 V_s と $E[K_b/K_s]$ との関係を l/D をパラメータにとって示している。弾性解析の場合と同様、 $E[K_b/K_s]$ の増加に伴い l/D の違いによる V_s の差はしだいに小さくなる傾向にはある。その収束の度合いは、付着降伏後の剛性低下率 $\alpha_b=0.5$ (破線)の方が $\alpha_b=0.1$ (実線)に比べて大きい。いずれの場合も弾性解析時に比べればかなり緩やかである。なお、図示してはいないが、 τ_y の違いの影響については l/D が短い場合にはそれほど明確ではなく、 l/D が長くなると降伏要素数の違いから $\tau_y=4.9\text{MPa}$ よりも $\tau_y=9.8\text{MPa}$ の場合の方が若干 V_s が小さくなった。

図-7は、図-6の結果を、 $E[K_b/K_s]$ をパラメータにとって V_s と l/D との関係に表現し直したものである。ここでも弾性解析の場合と同様、 $E[K_b/K_s]$ が同じであれば、 l/D の増加に伴い V_s は急激に低下し、やがて各 $E[K_b/K_s]$ 毎にある一定値に収束する。しかし、その収束値と $E[K_b/K_s]$ との関係は明確ではなくなる。 α_b の影響については、 l/D が短いうちは $\alpha_b=0.1$ (実線)の方が $\alpha_b=0.5$ (破線)の場合に比べて V_s は大きい。が、 l/D の増加につれてこの傾向は逆転する。

次に、 τ_y のみが変動係数 $V_y=10\%$ で変動することによる V_s への影響について、 $E[\tau_y]=9.8\text{MPa}$ の場合を例に考察する。図-8は、 V_s と K_b/K_s との関係を l/D をパラメータにとって示している。ここでも、 K_b/K_s の増加に伴う V_s の収束傾向がみられ、それは弾性解析時および図-6に示した k_1 が変動する場合に比べて急激である。

図-9は、 V_s と l/D との関係を K_b/K_s をパラメータにとって示している。 l/D の増加に伴い、 V_s はまず増大し、その後減少に転じる。 $\alpha_b=0.1$ 、 $l/D=6.3$ の場合において V_s が非常に大きくなっているのは、この付近の l/D が試験体全長にわたって付着降伏が生じるか否かの境界であるためであ

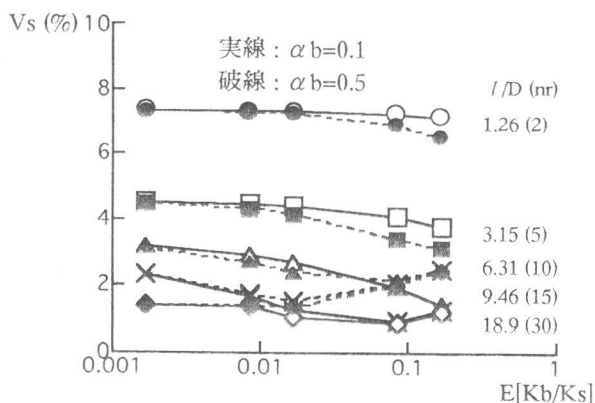


図-6 k_1 が変動する場合の V_s - $E[K_b/K_s]$ 関係

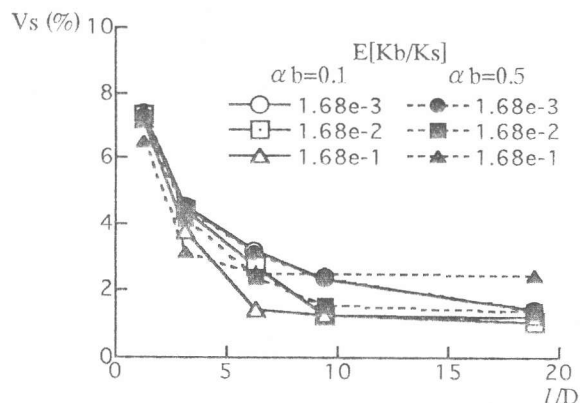


図-7 k_1 が変動する場合の V_s - l/D 関係

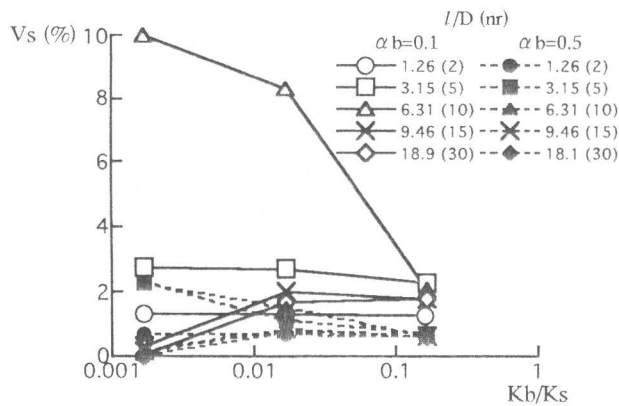


図-8 τ_y が変動する場合の V_s - K_b/K_s 関係

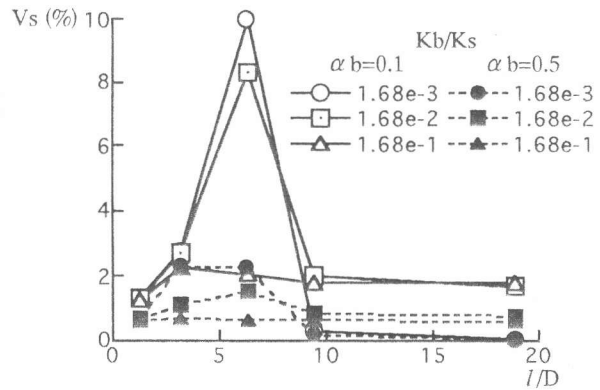


図-9 τ_y が変動する場合の V_s - l/D 関係

と考えられる。すなわち、これより短いと全付着要素が降伏し、逆にこれより長いと一部の要素しか降伏せず、ちょうどその移行領域であるこの程度の付着長において、 S_l の解析結果は τ_y の変動の影響をまともに受けているのである。しかし、 $\alpha_b=0.5$ の場合には、このような大きな V_s は現れていない。これは、 α_b が小さい、すなわち k_2 が小さい場合、わずかな付着応力の評価の違いが大きなすべりの評価の変動となって現れるのに対して、 α_b が大きい場合にはこのような変動が小さいためである。この点からいうと、付着特性をバイリニア型にモデル化する際には、その第2付着応力すべり剛性 k_2 は大きくとった方がよいことになる。

4. 結 論

本研究は、付着応力-すべりモデル中の第1付着応力すべり剛性 k_1 および付着降伏応力 τ_y がそれぞれ独立に変動することによって生ずる荷端すべり S_l の変動を、引抜試験体の一軸ばねモデルの解析を通して検討したものである。以下に結果を要約する。

- (1) 片引試験体の場合、第1付着応力すべり剛性 k_1 がある期待値 $E[k_1]$ 、変動係数 V_k で変動することによって生ずる荷端すべりの変動係数 V_s は、 k_1 の期待値 $E[k_1]$ が同じであれば定着長 l が長くなるほど小さくなる。両引試験体の場合は、逆に定着長 l が長くなるほど荷端すべりの変動係数 V_s は大きくなる。しかし、両試験体とも k_1 の期待値 $E[k_1]$ 毎に変動係数 V_s はある一定値に収束し、その収束傾向は $E[k_1]$ が大きいものほど速い。
- (2) 上述の結果で、各付着要素毎の第1付着応力すべり剛性 k_1 が完全に相関を持つとした場合の荷端すべりの変動係数 V_s は、完全に独立とした場合の変動係数 V_s よりも大きくなる。しかし、変動の原因である第1付着応力すべり剛性 k_1 の変動係数 V_k を超えることはない。
- (3) 片引試験体の場合、付着降伏応力 τ_y がある期待値 $E[\tau_y]$ 、変動係数 V_y で変動することによって生ずる荷端すべりの変動係数 V_s は、定着長 l 毎に異なる。しかし、第1付着応力すべり剛性 k_1 の増加に伴ってその V_s の差は減少し、やがてある一定値に収束する。第2付着応力すべり剛性 k_2 が大きいほどこの V_s の収束傾向は速く、しかも収束値は小さい。

参考文献

- 1) Mirza, S. A. : Bond Strength Statistics of Flexural Reinforcement in Concrete Beams, ACI Structural Journal, Vol.84, No. 5, pp.383-391, Sep./Oct. 1987
- 2) 伊藤 学・亀田弘行訳：土木・建築のための確率・統計の基礎，丸善，1977
- 3) 中桐 滋・久田俊明：確率有限要素法入門，培風館，1985