

論文

[2015] 弧長法による軟化特性を有するコンクリート部材の非線形
挙動解析岩渕 一夫^{*4}・白井 伸明^{*2}・佐藤 稔雄^{*1}・森泉 和人^{*3}

1. はじめに

コンクリート材料の特徴は、破壊（ひび割れ）がある有限な領域に局所的に集中して起こり、破壊領域の変位（開口）の増大に伴って抵抗が徐々に低下する”軟化特性”を有することである。このため、ひび割れを分布モデルにより考慮した有限要素法（FEM）解析では、要素寸法に依存する結果が得られたり、誤った破壊モードが予測される場合がある。また、荷重あるいは変位制御によるNewton系の求解法では、スナップバックなどの不安定現象をとらえることができず、軟化挙動の解析に適したロバストな求解法が求められている。本研究では、破壊力学および弧長法を組み込んだ新たなFEM解析法の考え方およびモデルを示し、その有効性を検討するとともに、曲げ強度の寸法効果について検討する。

2. 解析法およびモデル

2. 1 解析法

ひび割れの進展を伴う破壊進行領域を記述するFEMモデルとしては、①連続体モデルと②不連続体モデルに大別される。本研究では、前者として”マイクロプレーンモデル”（以下、M.P.モデルと略す）[1, 2]、後者として”離散ひび割れモデル”を考える。なお、離散ひび割れは、直交2方向のバネより成る”リンケージ要素[3]”によってモデル化し、ひび割れに垂直な方向のバネには引張軟化特性、平行な方向のバネにはせん断伝達特性を与えるものとした[4]。連続体モデルの特徴は、予めひび割れ径路を仮定する必要がないので要素分割が自由で、かつ計算上の取扱も容易な点である。しかし、破壊の局所化のため、結果が要素寸法に依存するという欠点がある。一方、不連続体モデルは、軟化に起因する要素の寸法依存性は回避でき、破壊モードを正確に予測できる場合には良好な結果を与える。しかし、一般には、予め破壊モードを適切に推定することは難しい場合が多く、これが大きな障害となっている。本研究では、上記の点を考慮し、次の手順に従って解析を進める。まず、連続体モデルによる予備解析を行い全体挙動を把握するとともに、途中の荷重ステップにおいて計算される接線剛性マトリックスを用いて固有値解析を行い、破壊モードの推定を行う。さらに、ピーク時近傍の挙動について詳細に検討したい場合には、連続体モデルにより推定した破壊モードに基づいて、支配的なひび割れは不連続体モデル、その他は連続体モデルにより離散化し、解析を実行する。

2. 2 マイクロプレーンモデルに対する軟化則

本研究では、コンクリートの圧縮応力下での非線形挙動やひび割れ進行領域の引張軟化挙動を表現するため、垂直成分型の運動学拘束条件に基づくM.P.モデル[1, 2]を採用する。M.P.モデルはコンクリート中に存在するマイクロプレーン（弱面）に対する垂直微視応力（ S_n ）－微視ひず

*1 日本大学教授 理工学部建築学科、工博

*2 日本大学助教授 理工学部建築学科、工博（正会員）

*3 東電設計(株)建築本部原子力設計部、工修

*4 (株)フジタ 技術研究所、工修（正会員）

み (e_n) 関係 (図-1 参照) に基づいて構築される構成則モデルである。従って、この $S_n - e_n$ 関係をいかに仮定するかが重要である。文献[1]で提案された $S_n - e_n$ 関係を検討した結果、①高強度コンクリートに適用すると、引張強度を過大評価する、②M.P. モデルを FEM に組み込んで解析を行うと、 $S_n - e_n$ 関係には要素寸法に関するパラメータが含まれていないため、結果が要素寸法に依存することが明らかとなった。本研究では、これらの問題点を解決するため、圧縮強度の違いや要素寸法の影響を考慮し、CEBモデルコード[5]に示されている引張軟化曲線に適合する、次式の $S_n - e_n$ 関係を提案する。

$$0 < e_n \leq e_o \text{ に対して: } S_n = E_n \cdot e_n \cdot \exp[-(a_1 \cdot e_n + b_1 \cdot e_n^2)] \quad (1-a)$$

$$e_n > e_o \text{ に対して: } S_n = E_{n2} (e_n + \Delta e_o) \exp[-\{a_2 (e_n + \Delta e_o) + b_2 (e_n + \Delta e_o)^2\}] / \gamma^2 \quad (1-b)$$

ただし、

$$\begin{aligned} a_1 &= (1/e_o) [2 \cdot \ell_n (E_n \cdot e_o / S_o) - 1], \quad b_1 = (1/e_o^2) [1 - \ell_n (E_n \cdot e_o / S_o)] \\ a_2 &= (1/e_{o2}) [2 \cdot \ell_n (E_{n2} \cdot e_{o2} / S_{o2}) - 1], \quad b_2 = (1/e_{o2}^2) [1 - \ell_n (E_{n2} \cdot e_{o2} / S_{o2})] \\ S_o &= f_t' \times (1.364 + 7.313 \times 10^{-4} \cdot f_c') \times \{(1 - \alpha) \cdot 1.601^{(1-\gamma)} + \alpha\}, \quad \beta = h/da \\ e_o &= 3.764 \times 10^{-5} \times 1.558^{(1-\gamma)} + 5.736 \times 10^{-5}, \quad \gamma = 26.94 \times 1.73^{(-\beta)} + 0.6931 \\ \alpha &= 0.9251 - 8.784 \times 10^{-4} \cdot f_c' + 4.487 \times 10^{-6} \cdot f_c'^2, \quad E_{n2} = \gamma \cdot E_n, \quad e_{o2} = \gamma \cdot e_o, \\ S_{o2} &= \gamma^2 \cdot S_o, \quad \Delta e_o = e_{o2} - e_o, \quad E_n = 2E(1 - \nu^c) / (1 + \nu), \quad f_t' = 0.3515 \cdot f_c'^{0.566} \end{aligned}$$

ここに、 E : ヤング係数 (MPa), ν : ポアソン比, $\nu_c = 0.25$ [1], f_c' : 圧縮強度 (MPa), f_t' : 引張強度 (MPa), da : 骨材寸法 (mm), h : 要素寸法 (mm)。なお、式 (1) に適用できる $\beta (=h/da)$ 値は 0.6~8.0 である。また、本モデルを有限要素法に適用する場合、要素寸法 h を定義する必要がある。本研究では、定ひずみ三角形要素を採用しており、基本的には、要素寸法は三角形要素の面積 A_e と同じ面積の円の直径に等しい、つまり、 $h = 1.128 (A_e)^{0.5}$ と仮定する。図-2 は修正 M.P. モデルにより求めた一軸引張応答を、 $h=3da$ と $h=8da$ の場合について、CEBの引張軟化則と比較したものである。なお、CEBの軟化域のひずみ (ε) は $\varepsilon = \delta_o / h$ (δ_o : 開口変位) と定義した。

2. 3 求解法

軟化材料より構成される構造物の応答は、局部軟化やスナップバックなどの不安定現象を示す場合がある。本研究では軟化現象の取扱いに有効と考えられる”弧長法[6]”を適用する。弧長法は荷重パラメータも変数として扱い、未知数が1個増えるので、変位に関する拘束条件式を導入するのが特徴である。本研究では、次式の拘束条件を採用する。

$$\{\Delta d\}^T \{\Delta d\} = \Delta \ell^2 \quad (2)$$

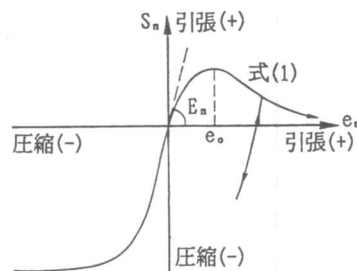


図-1 $S_n - e_n$ 関係

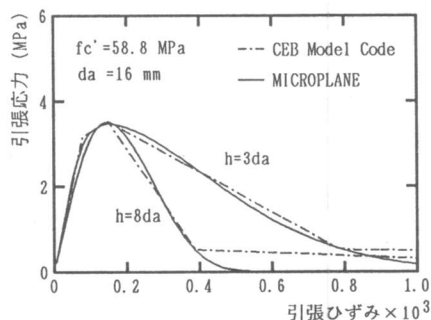


図-2 一軸引張応答

ここに、 $\{\Delta d\}$: 増分変位ベクトル、 $\Delta \ell$: 増分長さ (本研究では、全増分ステップで一定値を仮定)。本研究では、反復法として修正ニュートンラプソン法を採用し、各反復内での増分変位ベクトルが式 (2) の拘束条件を満足する増分荷重パラメータ、 $\Delta \lambda$ 、をCrisfieldの方法[6]に従って求め収束計算を行った。

3. 解析法およびモデルの検証

本章では、Cornelissenらのコンクリート角柱に関する一軸引張試験[7]および小柳らの無筋コンクリート梁の曲げ試験[8]について解析し、実験結果と比較する。

3. 1 角柱の一軸引張解析

図-3に角柱試験体を示す。供試体中央部両側に幅5mm、深さ5mmの切欠きが設けられている。図-4に有限要素分割を示す。要素⑤と⑥は切欠きを考慮し要素厚 t を $t=58.6\text{mm}$ とした。なお、⑤および⑥要素の幅(35mm)は、切欠きから進展する開口変位測定の標点間距離に相当する。使用した材料定数は、 $f_c'=47.1\text{MPa}$ 、 $E=30.2\text{GPa}$ 、 $\nu=0.18$ である。ここでは、三角形の要素寸法 h のとり方の影響を検討するため $h=\alpha(Ae)^{0.5}$ とし、 $\alpha=0.5$ 、 $\alpha=1.128$ 、 $\alpha=2.0$ の場合について連続体モデルにより解析した。図-5に応力-開口変位関係の比較を示す。ピーク値までは、いずれのケースとも実験値と良く一致している。ピーク後に、各ケースの差異は顕著となり、ピーク応力の約1/3程度までは、 $\alpha=1.128$ のケースが良好と判断される。図-6は、 $\alpha=1.128$ のケースの要素⑥と⑧の $\sigma_x-\varepsilon_x$ 関係を示したものである。ひび割れが進展する要素⑥のひずみ ε_x は単調に増加しているのに対し、要素⑧ではピーク近傍で除荷が起っており、破壊の局所化が進行しているのが分かる。図-7は各ケースの荷重と荷重作用点変位の関係を比較したものである。 $\alpha=1.128$ と2.0の場合にはスナップバックが起っているのが特徴的である。

3. 2 無筋コンクリート梁の曲げ解析

図-8に供試体を示す($d=100\text{mm}$)。本節では、連続体モデルと不連続体モデルによる解析を行う。図

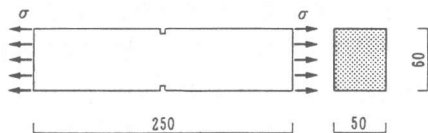


図-3 角柱試験体

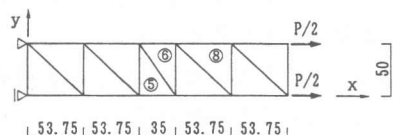


図-4 有限要素分割

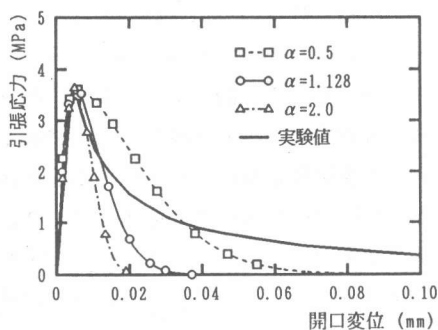


図-5 応力-開口変位関係

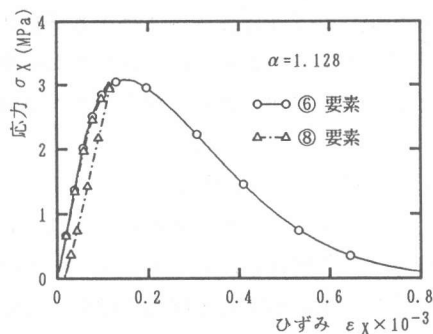


図-6 応力-ひずみ関係

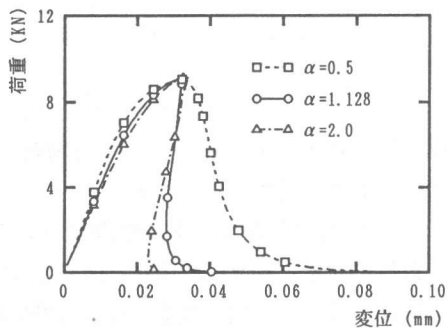


図-7 荷重-変位関係

— 9 に連続体モデルに対する有限要素分割を示す。この対称条件の利用は、実験で観測されるひび割れの進展および次章で述べる破壊モードの推定結果に基づくものである。なお、境界に隣接する要素が逸散するエネルギーは、対称条件を利用しているので、半分とすべきである。これを近似的に考慮するため、要素面積は2倍であると仮定し、要素寸法 $h (=1.128(2Ae)^{0.5})$ を求めた。一方、不連続体モデルの場合には、対称境界近傍の要素を細かくし、支点と要素節点間にリンケージ要素を挿入した。なお、対称性のため破壊エネルギー G_F は $1/2$ と仮定する。使用した材料定数は、 $f_c' = 44.6 \text{ MPa}$, $f_t' = 3.02 \text{ MPa}$, $E = 29.6 \text{ GPa}$, $\nu = 0.18$, $G_F = 0.147/2 = 0.0735 \text{ N/mm}$, $da = 15 \text{ mm}$ である。図-10は荷重-載荷点変位関係の計算値を実験値と比較したものである。連続体モデルと直線軟化則[9]を用いた不連続体モデルによる両計算値は類似の傾向を示しており、ピーク近傍までは実験値と良く一致するが、ピーク値をやや過大評価し、ピーク後の軟化傾向は実験値より顕著である。図-11は引張軟化則[9]として、①直線モデル、②1/3点二直線モデル、③1/4点二直線モデルを用いた不連続体モデルによる計算値を実験値と比較したものである。 G_F が同じでも軟化曲線の形状によって応答が大きく変化することが判った。

4. 破壊モードの推定

本章では、連続体モデルによる解析過程において計算される接線剛性マトリックス $[K_T]$ を用いて導かれる次式の固有値問題を解くことにより破壊モードの推定を試みる。

$$[K_T] [\Phi] = [\Phi] [A] \quad (3)$$

ここに、 $[\Phi]$: 固有値ベクトル $\{\phi_i\}$ により構成されるマトリックス、 $[A]$: 固有値 λ_i により構成される対角マトリックス。

4. 1 曲げ破壊モードの推定

解析の対象とした試験体は、図-8に示す試験体と同様の形状で、曲げ強度の寸法効果を調べるため内田ら[10]が実験を行った2点集中荷重を受ける無

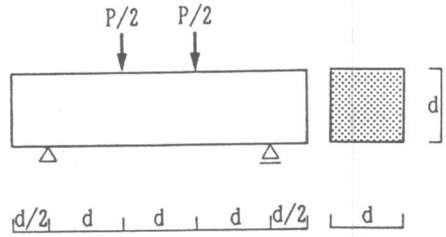


図-8 試験体

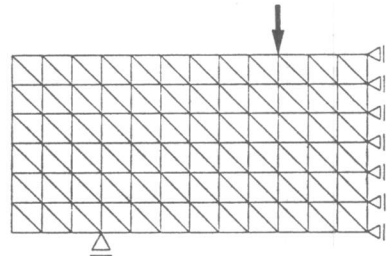


図-9 有限要素分割

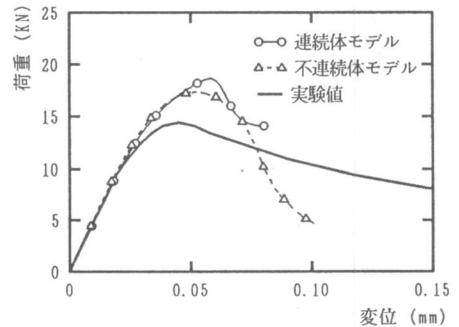


図-10 荷重-変位関係

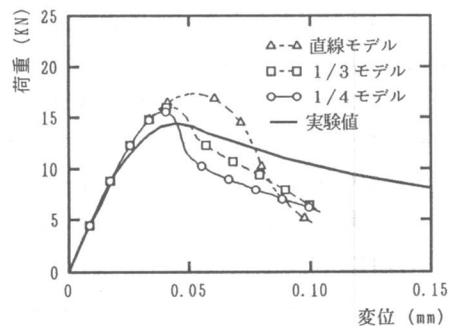


図-11 不連続体モデルの比較

筋コンクリート梁である。実験の変動因子は梁高さ d であり、ここでは $d=400\text{mm}$ の梁について解析した。図-12および13はピーク荷重近傍における1次のモード形と主ひずみ分布を示す。実験では、梁中央下端から発生し、上端へ向かって進展するひび割れによって破壊モードが決まっている。両図より、本手法は実験結果に対応する破壊モードを推定していると考えられる。

4. 2 混合荷重下の破壊モードの推定

本節では、ひび割れ進展の予測が難しいとされている混合（曲げ+せん断）荷重下にある梁について検討する。解析の対象とした2点集中荷重を受ける無筋コンクリート梁供試体および観測されたひび割れパターンを図-14に示す[11]。図-15および16はピーク荷重近傍における1次のモード形と主ひずみ分布を示す。前節の曲げ破壊の場合に比べると、計算結果と実験結果の照合は難しいが、ひび割れ進展の方向はとらえているように思われる。

5. 曲げ強度の寸法効果解析

本章では、前節で述べた無筋コンクリート梁の曲げ試験（図8参照）について不連続体モデルによる解析を行い、曲げ強度の寸法効果について若干の考察を試みる。① $d=50\text{mm}$ ，② $d=100\text{mm}$ ，③ $d=200\text{mm}$ ，④ $d=300\text{mm}$ ，⑤ $d=400\text{mm}$ の5ケースについて検討する。図-17に有限要素分割図を示す。使用した材料定数は、 $f_c' = 33.0\text{MPa}$ ， $f_t' = 2.52\text{MPa}$ ， $E = 27.5\text{GPa}$ ， $G_F = 0.0735\text{N/mm}$ ， $d_a = 15\text{mm}$ である。なお、引張軟化則としては1/4点二直線モデルを用いた。図-18に曲げ強度に関する計算値と実験値の比較を示す。縦軸は一軸引張強度 f_t' に対する曲げ強度 f_b の比である。横軸は特性長さ $\ell_{ch} (= E \cdot G_F / f_t'^2)$ に対する梁高さ d の比である。なお、図中には参考のため、連続体モデルによる計算値も示してある。計算値は梁高さ d が大きくなるにつれて曲げ強度が低下し、一軸引張強度に漸近する実験結果をよくとらえている。図-19および20は、曲げ強度時における梁高さ方向のひび割れ開口変位分布と軸方向応力分布を $d=50\text{mm}$ と $d=400\text{mm}$ の試験体について比較したものである。相対的に同一の位置における開口変位および応力は梁の寸法によって

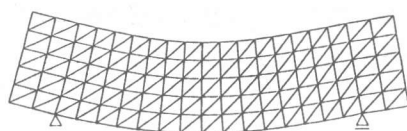


図-12 1次のモード形

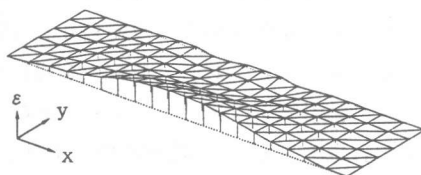


図-13 主ひずみ分布

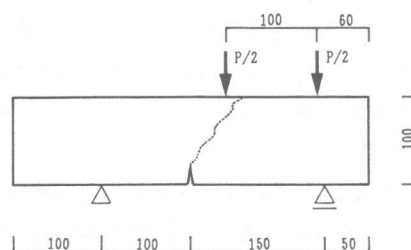


図-14 試験体

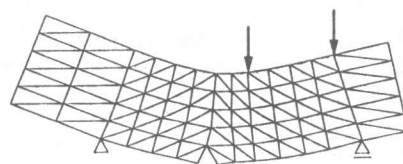


図-15 1次のモード形

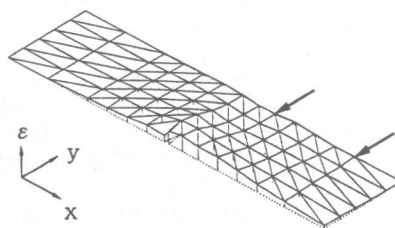


図-16 主ひずみ分布

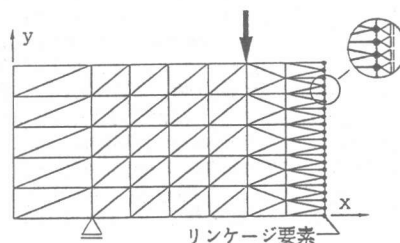


図-17 有限要素分割

大幅に異なり、ひずみ勾配の違いが曲げ強度に大きな影響を及ぼすものと考えられる。

6. むすび

本研究では、破壊力学および弧長法を組み込んだ FEM 解析法を開発し検討した結果、次のことが判った。①圧縮強度の違いや要素寸法の影響を考慮した修正マイクロプレーンモデルを用いた連続体モデルは一軸引張を受けるコンクリートの軟化挙動を適切に表現できる。②接線剛性マトリックス $[K_T]$ を用いて導かれる固有値問題を解くことにより、破壊モードの推定が概ね可能である。③不連続体モデルにより無筋コンクリート梁の曲げ強度の寸法効果について検討した結果、ひずみ勾配が大きな要因であることが判った。

《謝辞》本研究は文部省科学研究費補助金総合研究 A (代表：野口博 千葉大学教授) の分担研究として行ったものである。

【参考文献】

- [1]Bazant, Z. P. and Gambarova, P. G. : Crack shear in concrete:Crack band microplane model, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 110, No. 9, 1984, pp.2015-2035.
- [2]Bazant, Z. P. and Oh, B. H. : Microplane model for progressive fracture of concrete and rock, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 111, No. 4, 1985, pp. 559-582.
- [3]Ngo, D. and Scordelis, A.C. : Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams, ACI Journal, Vol. 64, No. 3, March 1967, pp.152-163
- [4]白井伸明、森泉和人ほか3名：破壊力学を考慮した FEM によるコンクリート部材の寸法効果解析、日本建築学会大会学術講演梗概集、構造Ⅱ、1992年8月、pp.1055-1058
- [5]CEB-FIP MODEL CODE 1990; Final Draft, BULLETIN D'INFORMATION N°204, July 1991.
- [6]Crisfield, M. A. : An Arc-Length Method Including Line Searches and Accelerations, International Journal for Numerical Method in Engineering, Vol.19, 1983, pp.1269-1289.
- [7]Cornelissen, H.A.W. , Hordijk, D.A. and Reinhardt, H.W. ; Experiments and Theory for The Application of Fracture Mechanics to Normal and Lightweight Concrete, Fracture Toughness and Fracture Energy of Concrete, edited by F.H.Wittmann, Elsevier Science Publishers B.V., 1986, pp.565-575
- [8]小柳治、六郷恵哲、内田裕市：コンクリートの破壊現象の安定性とその計測、コンクリート工学、No. 82. 6-1, 1982年6月、pp.81-89
- [9]日本コンクリート工学協会：コンクリート構造の破壊力学に関するコロキウム、委員会報告、JCI-C19, 1990年3月、pp. I-42~I-45.
- [10]内田裕市、六郷恵哲、小柳治：コンクリートの曲げ強度の寸法効果に関する破壊力学的検討、土木学会論文集、No. 442, V-16, 1992年2月、pp.101-107.
- [11]Ohtsu, M. and Fukunaga, Y. : BEM Analysis of Crack Propagation in Concrete, コンクリート工学年次論文報告集、9-2, 1987, pp.669-674

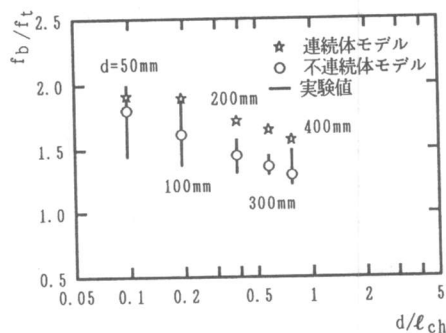


図-18 曲げ強度の比較

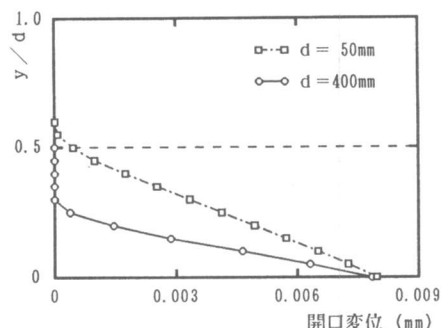


図-19 ひび割れ開口変位分布

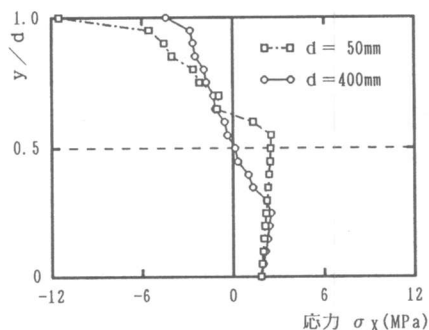


図-20 軸方向応力分布