

論文

[2007] RC 浮体構造の 3 次元振動解析

正会員○ 西村政洋 (名古屋大学大学院)
正会員 田辺忠顕 (名古屋大学土木工学科)

1. はじめに

建設技術の発展や、大都市近郊での用地取得の難しさにより、空港・公園などの大規模土木構造物の海上立地が盛んである。大水深海域の開発が必要になるに従い、水深影響の少ない浮遊式構造物の建設が進むであろう。既存のコンクリート製大型浮遊式構造物としては長さ約 2km のアメリカワシントン州のフードキャナル橋があるが、その幅は 15m にすぎず、外力や動揺量の算定の際には浮体は剛体として扱われている。しかし、将来の建設が計画される長さ幅共に数キロメートルに及ぶ海上空港や海上都市などは、水平方向の広がりのため相対的にスレンダーな構造となり、剛体としては扱いにくい。

そこで、本論文では前報 [1] で示した浮体の曲げ振動解析を水平方向振動も考慮した 3 次元解析へと拡張し、さらに周囲の波高についての考察も行う。無限領域の定式化には Mei らによる Hybrid 法 [2] を用い、浮体は水平 (面内) 変形および曲げ変形を伴う平板として扱い、有限要素法を用いて数値計算を行った。

2. 解析理論

2. 1 流体場の解析

一定水深 h の海域に浮遊式構造物があり、角振動数 ω の微小振幅波が入射しており、浮体は曲げ振動および水平方向の振動を伴った微小な定常周期運動状態にあるものとする。座標系は図-1 に示すように、静水面上に x 軸および y 軸を、鉛直上向きに z 軸をとる。

流体は、非圧縮性、非粘性で微小な非回転定常運動状態にあるとして、速度ポテンシャルを用いた線形解析を行う。したがって、時刻 t における流体場の速度ポテンシャル Φ は、入射波、散乱波の速度ポテンシャルの和として次式のように表すことができる。

$$\Phi = (\phi^I + \phi^S) e^{-i\omega t} \quad (1)$$

ここに、 i は虚数単位 ($\equiv \sqrt{-1}$) で、 ϕ^I , ϕ^S はそれぞれ入射波および散乱波のポテンシャル関数である。

式 (1) のうち入射波に対応する ϕ^I は既知で、入射角を θ_I とすれば円筒座標系 (r, θ, z) を用いて次式のように与えられる。

$$\phi^I = \frac{-igH}{2\omega} \frac{\cosh k_0(z+h)}{\cosh k_0h} \exp(ik_0r \cos(\theta - \theta_I)) \quad (2)$$

ここに、 g : 重力加速度, H : 入射波高, k_0 : 波数 (分散関係式 $\frac{\omega^2}{g} = k \tanh kh$ の正の実数解), h : 水深である。そして、 ϕ^I と ϕ^S の線形性により、 ϕ^S に関する境界値問題に課せられる基礎方程式および境界条件は、次のように表される。

$$\frac{\partial^2 \phi^S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi^S}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi^S}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{in } \Omega) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \phi^S}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g} \phi^S = 0 \quad (\text{on } S_F) \quad (4)$$

$$\frac{\partial \phi^S}{\partial \mathbf{n}} = 0 \quad (\text{on } S_B) \quad (5)$$

$$\frac{\partial \phi^S}{\partial \mathbf{n}} = -\frac{\partial \phi^I}{\partial \mathbf{n}} + v \quad (\text{on } S_H) \quad (6)$$

$$\sqrt{k_0 r} \left(\frac{\partial}{\partial r} - ik_0 \right) \phi^S \rightarrow 0 \quad (\text{as } k_0 r \rightarrow \infty) \quad (7)$$

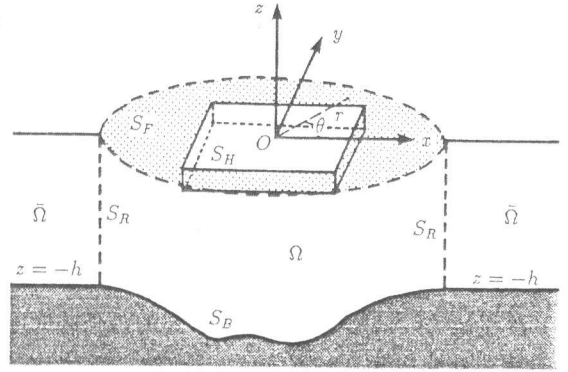


図-1 座標系

ここで、式 (3) はラプラスの式で流体内部 Ω における連続条件、式 (4) は自由表面 S_F における運動学的・力学的条件、式 (5), (6) はそれぞれ水底面 S_B および浮体表面 S_H における不透過条件を表す。なお、 v は浮体表面の変位速度で、変位関数の時間微分で与えられる。また、 $\mathbf{n}$ による微分は流体から外向きの法線方向微分を表す。式 (7) は無限遠方において散乱波は外向きの進行波の挙動をするという Sommerfeld の放射条件を表す。

次に、Hybrid 法の手順にしたがって、解析領域を図-1 に示すような鉛直な仮想境界 S_R によって、内部領域 Ω および外部領域 $\bar{\Omega}$ に分割する。幾何学的な不規則性を全て内部領域に含ませれば、外部領域は水深が一定で解析的な扱いが可能となり、解析解 $\bar{\phi}^S$ を得ることができる。

外部領域の解析解 $\bar{\phi}^S$ は、式 (3) の基礎方程式に、式 (4) の水面における境界条件、および式 (5) の水底面での境界条件を課すことにより求められる。式 (3) を円筒座標系 (r, θ, z) で表し変数分離による解法を用いれば、外部領域の解析解が次のように得られる [3]。

$$\begin{aligned} \bar{\phi}^S = & \sum_{m=0}^{\infty} (\alpha_{m0} \cos m\theta + \beta_{m0} \sin m\theta) \cosh k_0 (z+h) H_m^{(1)}(k_0 r) \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} (\alpha_{mn} \cos m\theta + \beta_{mn} \sin m\theta) \cos \kappa_n (z+h) K_m(\kappa_n r) \end{aligned} \quad (8)$$

ここに、 α, β は未知の係数、 $H_m^{(1)}$ は m 次の第1種ハンケル関数、 K_m は m 次の第2種変形ベッセル関数 (Macdonald 関数)、 κ_n は分散関係式 ($\frac{\omega^2}{g} = k \tanh kh$) において $k = i\kappa$ とおいた式 ($\frac{\omega^2}{g} = -\kappa \tanh \kappa h$) の実数解である。また、 m, n に関する無限級数は、実際の数値計算においては有限の M, N で打ち切ることになるが、 $H_m^{(1)}(k_0 r)$ 、 $K_m(\kappa_n r)$ は m の増加にしたがって急速に増大し、 n の増加にしたがって ($\kappa_n r$ の増大にしたがって) 急速に減少するため、数値計算の際には漸近式によって正規化しておく必要がある。

こうして式 (8) のように外部領域 $\bar{\Omega}$ での速度ポテンシャル $\bar{\phi}^S$ が解析的に表示されたので、仮想境界 S_R において次式のような連続条件を課すことにより、内部領域での有限要素近似との接続を行う。

$$\phi^S = \bar{\phi}^S \quad (\text{on } S_R) \quad (9)$$

$$\frac{\partial \phi^S}{\partial \mathbf{n}} = \frac{\partial \bar{\phi}^S}{\partial \mathbf{n}} \quad (\text{on } S_R) \quad (10)$$

これにより、流体場の解析は S_F, S_B, S_H および S_R に囲まれた閉領域 Ω の解析へと帰着されたことになり、有限要素法の適用が可能となる。基礎方程式 (式 (3)) および境界条件 (式 (4), (5),

(6), (9), (10)) に重み付き残差法 (ガラーキン法) を適用すれば次の 2 つの積分方程式が得られる。

$$\begin{aligned} & \iiint_{\Omega} \nabla \delta \phi^S \nabla \phi^S dV + \iint_{S_F} \delta \phi \left(-\frac{\omega^2}{g} \phi^S \right) dS \\ & + \iint_{S_H} \delta \phi \frac{\partial \phi^I}{\partial n} dS + \iint_{S_H} \delta \phi (-v) dS + \iint_{S_R} \delta \phi \left(-\frac{\partial \bar{\phi}^S}{\partial r} \right) dS = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\iint_{S_R} \frac{\partial (\delta \bar{\phi}^S)}{\partial r} \phi^S dS + \iint_{S_R} \frac{\partial (\delta \bar{\phi}^S)}{\partial r} (-\bar{\phi}^S) dS = 0 \quad (12)$$

流体場を要素分割し、要素内における速度ポテンシャルを、各節点での速度ポテンシャル ϕ_i および形状関数 N_i^I を用いて $\phi = \sum_{i=1}^8 N_i^I \phi_i$ と表して、式 (11) および式 (12) に代入すれば、各節点での速度ポテンシャルを未知量とする以下の離散化された方程式が得られる。

$$K_{LL} \phi + K_{LC} \mu + K_{LV} v_{uvw} + f_L = 0 \quad (13)$$

$$K_{CL} \phi + K_{CC} \mu = 0 \quad (14)$$

ここで、 ϕ : 節点速度ポテンシャルベクトル、 μ : 未知係数ベクトル (α_{mn}, β_{mn})、 v_{uvw} : 節点変位ベクトルをあらわす。また、 K_{LL} は式 (11) の第 1 項、第 2 項の積分、 K_{LC} は式 (11) の第 5 項の積分、 K_{LV} は式 (11) の第 4 項の積分、 f_L は式 (11) の第 3 項の積分が対応し、 K_{CL} は式 (12) の第 1 項の積分、 K_{CC} は式 (12) の第 2 項の積分がそれぞれ対応する。

2. 2 浮体の振動解析

浮体は水平振動および鉛直方向の曲げ振動を伴う平板で近似し、水平方向、鉛直方向それぞれに線形バネによる係留を考えている。浮体を四角形要素に分割し、節点毎に x 軸方向変位 u 、 y 軸方向変位 v 、 z 軸方向変位 w 、 y 軸まわりの回転角 θ_x 、 x 軸まわりの回転角 θ_y の 5 自由度を与え、1 要素につき合計 20 の自由度を考える。線形の微小変位を考えているので、水平変位 u, v および鉛直変位 w は互いに連成せず、変形に等価な節点力は u, v, w 、に関するそれぞれの剛性マトリックス K_u, K_v, K_w を用いて次式のように表される。

$$\begin{Bmatrix} f_u \\ f_v \\ f_w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_u & 0 & 0 \\ 0 & K_v & 0 \\ 0 & 0 & K_w \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = K_V v_{uvw} \quad (15)$$

解析において考慮した浮体表面に作用する外力は、波力 (散乱波および入射波によるもの)、係留力、慣性力、および鉛直方向の浮体動揺による静水圧の変化に関する外力である。これらを等価な節点力で表せば、次のような形になる。

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} f_u \\ f_v \\ f_w \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} K_m + M & 0 & 0 \\ 0 & K_m + M & 0 \\ 0 & 0 & K_m + M + K_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} + [K_{VL}] \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{Bmatrix} + \{f_V\} \\ &= K_{VV} v_{uvw} + K_{VL} \phi + f_V \end{aligned} \quad (16)$$

ここで、 K_m : 係留力に関するマトリックス、 M : 質量マトリックス、 K_t : たわみによる静水圧変化による外力に関するマトリックス、 K_{VL} : 散乱波による外力に関するマトリックス、 f_V : 入射波による外力と等価な節点力を表す。

平板全体の平衡方程式は、式 (15) および式 (16) を全節点について加え合わせた次の式である。

$$K_V v_{uvw} + K_{VV} v_{uvw} + K_{VL} \phi + f_V = 0 \quad (17)$$

2. 3 全体系の連立方程式

式 (13), 式 (14) のように得られた流体場の連立方程式と、式 (17) のように得られた浮体の連立方程式を次のように連成させることにより、全体系の連立方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} K_{LL} & K_{LC} & K_{LV} \\ K_{CL} & K_{CC} & 0 \\ K_{VL} & 0 & K_V + K_{VV} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi \\ \mu \\ v_{uvw} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -f_L \\ 0 \\ -f_V \end{Bmatrix} \quad (18)$$

式 (18) を解くことにより全ての未知量が一度に求められる。 ϕ からは内部領域における波高分布、水圧分布などが、 μ からは外部領域における波高分布などが、 v_{uvw} からは浮体各点での鉛直、水平方向の動揺量や回転角、また断面力が得られる。

3. 数値解析例

本解析法により得られる浮体の各点における動揺量から、各断面における曲げモーメントおよびせん断力の計算を行い得られた解析結果と、簡略的によく用いられる浮体の自重と浮力の釣合条件から断面力を求めるミューラーの式 [4] による断面力の計算値との比較を行う。

浮体の諸元は表-1 に示した通りであるが、入射角 $\theta_I = 0^\circ$ の場合を考えたのは、その他の場合よりも大きな断面力となるためである。周期 5.6s および 9.5s の波は、長さ 70m の浮体に対しては浮体長と波長との比 (L/λ) がそれぞれ 1.59 および 0.79 となる波で、断面力が最大となる $L/\lambda = 1.0$ の辺りを挟んでの短波長および長波長の波として取り上げる。

表-1 解析モデル

浮体長	浮体幅	喫水	水深	波高	入射角 (θ_I)	周期
70m	10m	2m	10.5m	2m	0° (浮体長軸方向)	5.6s, 9.5s

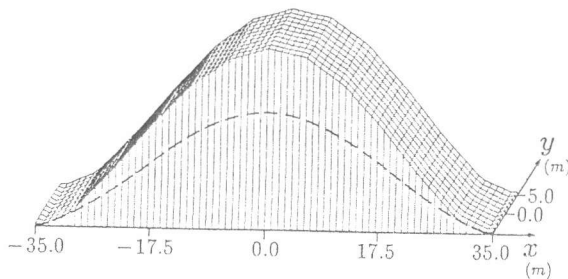


図-2 各点に生ずる縦曲げモーメントの最大值 (周期 9.5s)

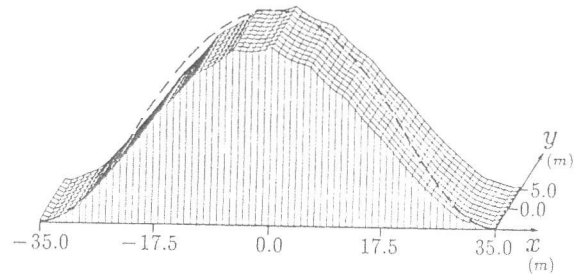


図-3 各点に生ずる縦曲げモーメントの最大值 (周期 5.6s)

図-2 および図-3 はそれぞれ周期 9.5s および周期 5.6s の波に対する縦曲げモーメントの浮体各点における最大值を図示したものである。本解析法によるものは立体図で、ミューラーの式によるものは破線で表してある。両者を比較すると、周期 9.5s の場合には浮体動揺を考慮した縦曲げモーメントの値が、周期 5.6s の場合にはミューラーの式によって求めた縦曲げモーメントがそれぞれ大きくなっている。

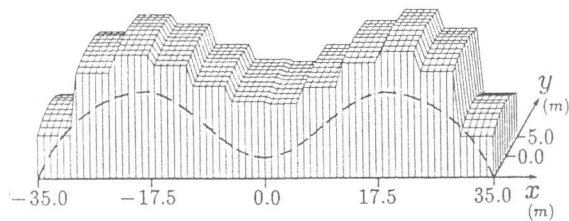


図-4 各点に生ずるせん断力の
の最大值 (周期 9.5s)

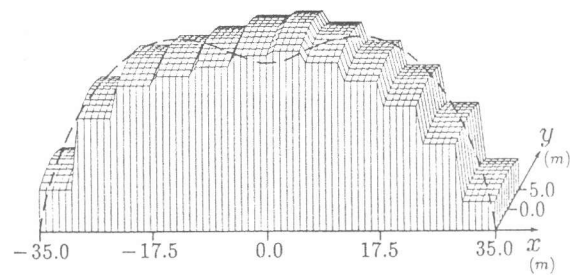


図-5 各点に生ずるせん断力
の最大值 (周期 5.6s)

図-4 および図-5 は浮体各点におけるせん断力の最大值であるが、ここでも縦曲げモーメント同様、波長の比較的長い波 (周期 9.5s) に対して、ミューラーの式によって求めた値が本解析法によって求めた値よりも小さくなっている。このことは、浮体に作用する外力を固定浮体に作用する波強制力および浮体動揺により生ずる造波抵抗力・静水圧的復元力の和として計算した上田らの方法 [5] でも指摘されており、浮体動揺を考慮せずに簡略的にミューラーの式を使って断面力の計算を行う時には注意が必要である。

また、縦曲げモーメントは浮体の中央付近で最も大きくなるが、せん断力は波の波長によって最大値の発生断面が大きく変化する。図-4 の周期 9.5s の時には $x = \pm 20.0m$ の辺りで最も大きなせん断力となっているが、この傾向はより長周期の波についても当てはまり、 $x = \pm \frac{L}{4}$ (L は浮体長) 付近で最大のせん断力が発生した。一方、図-5 の周期 5.6s の時には浮体中央付近で最大のせん断力が発生しているが、更に周期を短くすると最大せん断力の発生断面は両端へずれていき、長周期の波に比べて波の入射する向きへの依存性が大きくなる。これは短周期の波は透過性が低いいため構造物の波に対しての後面 ($x < 0$ の側) での断面力が小さくなるためであると思われる。縦曲げモーメントについても同様に、周期の短い波に対しては断面力の波向依存性が強くなった。なお、今回の数値計算では x 軸方向には 12 個の要素に分割したが、3 次の変位関数を用いているため、要素内ではせん断力は一定で、せん断力の分布は不連続な分布になっている。

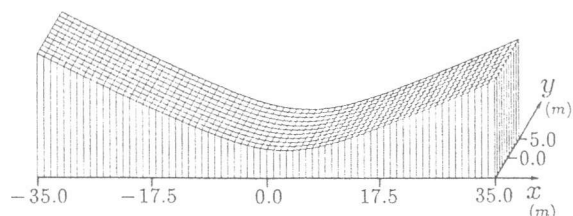


図-6 各点の鉛直方向動揺量
の最大值 (周期 9.5s)

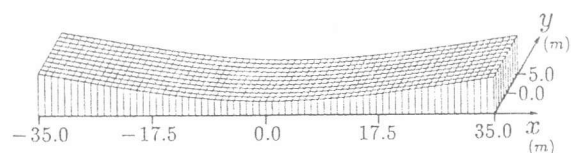


図-7 各点の鉛直方向動揺量
の最大值 (周期 5.6s)

図-6, 図-7 は鉛直方向の動揺量の浮体各点における最大値である。図-8 および図-9 には外部領域における散乱波 ($\bar{\phi}^S$) の波高分布を示したが、中央部の穴が空いているところが内部領域 (半径 72m) である。なお、外部領域の解析解の無限級数は m については $M = 5$, n については $N = 10$ で打ち切っている。図-8 の周期 9.5s の入射波の方が波長が長く透過性が高いため、散乱

波の波長は長く波高は低くなっているのがみられる。他の周期の波に対する計算でも、入射波の波長が短いほど散乱波の波高は高くなった。

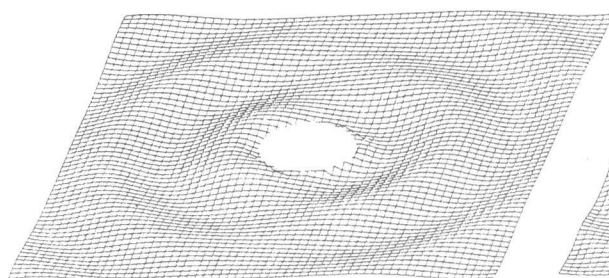


図-8 外部領域における
水位変動分布 (周期 9.5s)

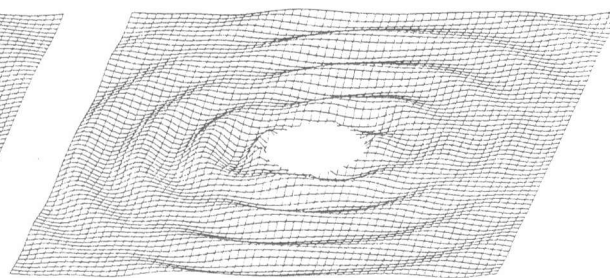


図-9 外部領域における
水位変動分布 (周期 5.6s)

4. 結論

以上、浮体の曲げ振動および水平方向振動を考慮した3次元解析の方法を紹介し、縦曲げモーメントおよびせん断力を設計によく用いられるミューラーの式による計算値と比較検討した。

この結果、本論文で得られた成果は以下のように要約される。

1. 本解析法によって浮体の動揺を考慮して求めた断面力は、波長によってはミューラーの式により求めた断面力を上回る事があるので、特に長周期の波に対してはミューラーの式の適用には注意を要する。
2. 断面力の波向依存性は入射波の周期が短いほど大きくなるが、長周期の波に対しては縦曲げモーメントは浮体中央付近、せん断力はほぼ $x = \pm \frac{L}{4}$ (L は浮体長) の辺りで最大となる。

今回は係留力や実際に曲げ振動をともなった巨大構造物への適用については考察できなかったが、断面力の計算値について現在一般に用いられている簡略式であるミューラーの式や、浮体動揺を考慮した上田らの方法との比較を行うことにより巨大構造物への適用の準備ができたと考えている。

参考文献

- 1) 西村政洋・田辺忠顕：RC 浮体構造の設計方法に関する研究、コンクリート工学年次論文報告集、Vol. 13、No.2 pp.109-114、1991
- 2) Mei, C. C. and Chen, H.S. : A Hybrid Element Method for Diffraction of Water Waves by Three-dimensional Bodies、Int'l J. for Numerical Methods in Eng.、Vol. 12、pp.245-266、1978
- 3) 榎木 亨編著：波と漂砂と構造物、技報堂出版、pp.58-61、1991
- 4) Muller, J : Structural Considerations and Configurations 2、Paper presented the Seminar on Concrete Ships and Vessels、Univ. of Calif., Berkeley、1975
- 5) 上田 茂ほか：箱型浮体の波浪によるせん断力と縦曲げモーメントの計算法について、運輸省港湾技研資料、No.505、pp.3-27、1984.12