

論文

[2004] 正負交番載荷時の引張硬化のモデル化とその構成方程式

正会員○小林 保之 (武蔵工業大学大学院)

正会員 吉川 弘道 (武蔵工業大学土木工学科)

1. はじめに

鉄筋コンクリート部材が引張ひびわれを生じると、鉄筋とコンクリート間の付着作用により、引張硬化(tension stiffening effect)と呼ばれる特有の非線形挙動を呈することが知られており、これまでに数多くの研究者によって、実験的および解析的検討がなされてきた。また、正負交番載荷時の変形挙動については、単調引張載荷時と比べるとさらに複雑な非線形性を示す。そこで本文は、これらの非線形挙動を増分型構成方程式の形で提案することを目的とし、これまで著者らが提案したモデル[1][2]に修正を加え、包括的・系統的に報告するものである。

2. 増分型構成方程式の定式化

2. 1 正負交番載荷時の変形挙動

正負交番載荷時の鉄筋コンクリート単軸部材の変形挙動は、引張除荷、圧縮再載荷・圧縮除荷、引張再載荷で異なる軌跡をたどりループを形成することが認められ、引張力の作用時の包絡線は、単調引張載荷時の曲線と同様の形状を示す。引張除荷から圧縮再載荷への遷移領域においてはひびわれの再接触による剛性の復活が見られ、その剛性は状態Ⅰの剛性に(本文では、ひびわれの全くないときの剛性を状態Ⅰとし、ひびわれが充分発達しコンクリートの寄与が全くなかったときの剛性を状態Ⅱと定義する)に漸近していく[4][5](図-1参照)。

これらの非線形挙動は、鉄筋とコンクリート間の付着応力～すべり関係の非可逆性によるものと考えられる。つまり、繰返し載荷時の付着応力～すべり関係が履歴ループを示すためである

[6]。また、この非可逆性によりコンクリートおよび鉄筋の応力状態は非常に複雑なものとなっており[7]、これによって引張力を完全に除荷しても残留ひびわれ幅が存在し、鉄筋には引張力、コンクリートには圧縮力が残存することが実験によって認められている[8]。

2. 2 モデル化

モデル化においては、まず、図-1に示すように単調引張載荷 (①) および繰返し挙動を5つの領域に区分し

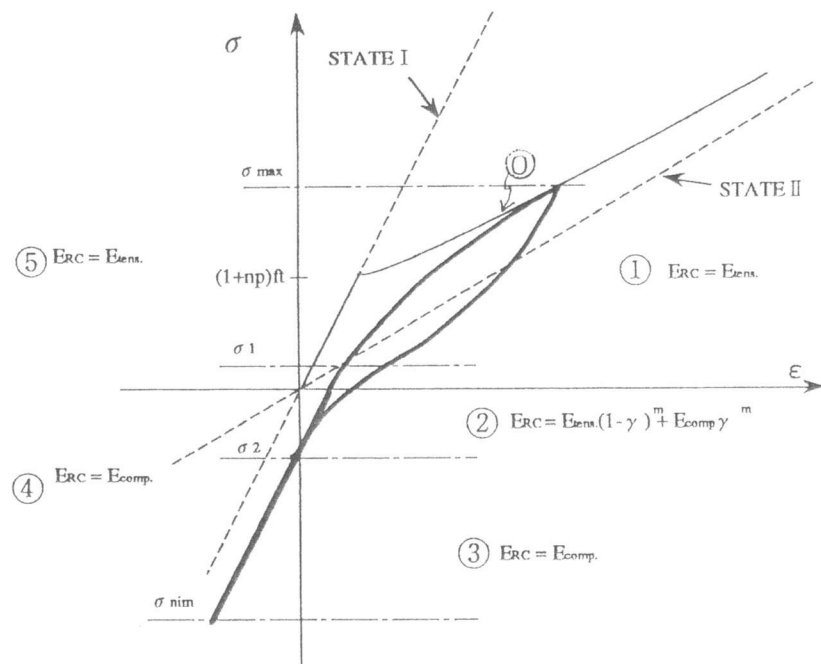


図-1 正負交番繰返し挙動の定性的まとめ

て考える (①～⑤)。各構成材料 (鉄筋、コンクリート) については線形弾性を仮定し、従って弾性係数は一定値を用いるものとする。

・④について

この領域についての定式化に際しては、鉄筋とコンクリート間の付着機構から解析的に導出された単調引張載荷における引張硬化モデル[3]を基本とする。これは、ひびわれを含む鉄筋コンクリート要素を一つの構成方程式の形で表現したもので、次式のように表される。

$$\varepsilon = \frac{np + \lambda_c}{np + 1} \frac{\sigma}{pE_s} \quad (1)$$

あるいは、

$$\sigma = E_{RC} \varepsilon, \quad E_{RC} = \frac{(1 + np)np}{\lambda_c + np} \quad (2)$$

ただし、 ε : ひびわれを含む鉄筋コンクリートとしての全ひずみ、 σ : 作用応力 (kgf/cm²)、 n : 弾性係数比、 E_s : 鉄筋の弾性係数 (kgf/cm²)、 p : 鉄筋比を表す。 λ_c は、引張硬化係数と呼ばれ、ひびわれの発生・進展を一義的に支配する無次元量であり、 σ の関数であるひびわれ間隔 l_c (cm)、および付着特性値 b_c (cm) で表現され (後述する表-1 参照)、これらは付着の微分方程式[3]から求められたものである。また、その値は、ひびわれ発生前で $\lambda_c = 0$ (constant)、ひびわれ発生後作用応力の増大に伴い $\lambda_c = 1$ に漸近する値をとる。

上記に示した構成方程式を、正負交番載荷時へ拡張を行うため増分型にて表示する。すなわち、

$$E_{RC} \equiv \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{(1 + np)pE_s}{(np + \lambda_c) + \sigma \frac{d\lambda_c}{d\sigma}} \quad (3)$$

式(3)に含まれる微分項を具体的に記述すると煩雑になるためここでは割愛するが、詳しくは文献[1]を参照されたい。

・①、⑤について

以上により、基本モデルの増分型構成則の展開がなされたわけであるが、交番載荷時への拡張にあたっては、引張硬化係数 λ_c を活用することを考える。本来ならば、繰返し荷重下の付着～すべり関係から解析的に λ_c を求解すべきであるが、これは極めて困難な定式化を要する[9]。また、材軸方向に離散化し近似数値解を求めること[10]は可能であると考えられるが、著者らは、ひびわれを含む鉄筋コンクリート単位要素を一つの材料と見なした構成方程式を簡易的に提案することを目的としているため、構成則のレベルでの近似数値解を求めることや収束計算を用いることは、回避すべきだと考える。

そこで、①引張除荷、⑤引張再載荷領域における引張硬化係数を次式のように表すものとする。

$$\lambda_c = \lambda_u + \Delta\lambda_u \frac{\sigma_{\max} - \sigma}{\sigma_{\max}} \quad (\text{引張除荷}) \quad (4)$$

$$\lambda_c = \lambda_r - \Delta\lambda_r \frac{\sigma_{\max} - \sigma}{\sigma_{\max}} \quad (\text{引張再載荷}) \quad (5)$$

ここで、 $\sigma_{\max}$ はこれまで経験した最大引張応力を表す。 λ_u 、 λ_r は、それぞれ引張除荷および引張再載荷時の平均的な剛性を表し、 $\Delta\lambda_u$ 、 $\Delta\lambda_r$ は、それぞれのループの大きさを表す。

上式を式(2)に代入し接線剛性を求めると図-2のようにまとめることができる。ただし、同図は状態Ⅰでの剛性で正規化したものである。これによって、 λ_u 、 λ_r 、 $\Delta\lambda_u$ 、 $\Delta\lambda_r$ の4量の具体的

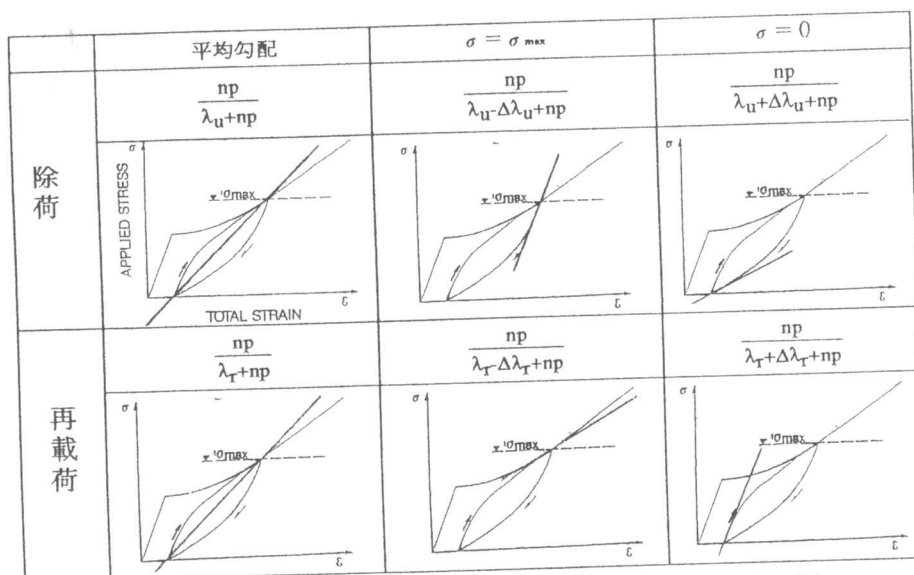


図-2 引張域における除荷・再載荷のモデル化と等価剛性

な役割と定性的な特性を確認することができよう。

・②について

この領域については、ひびわれの再接触によって剛性の復活が見ることが特徴的である。また、鉄筋とコンクリート間の付着による引張硬化作用も存在すると考えられるため、この遷移領域を次式のように定式化した。

$$E_{RC} = E_{tens}(1-\gamma)^m + E_{comp}\gamma^m \quad (6)$$

ここで、 γ および m は次のような値を用いる。

$$\gamma = \frac{\sigma_1 - \sigma}{\sigma_1 - \sigma_2}, \quad m = \text{constant} \quad (7)$$

σ_1 はひびわれが再接触を開始する応力、 σ_2 は、ひびわれが完全に閉合した応力を表す。

式(6)右辺第1項が引張硬化作用による剛性を表し、第2項がひびわれの再接触による剛性を表している。このようにひびわれの再接触による項を分離して記述することにより、ひびわれ面のせん断変形（ずれ）が全体の変形挙動に及ぼす影響や、ひびわれ直交方向の圧縮剛性の低下も容易に取り入れることができると考えられる。また、このように分離して表現する方法は、玉井・島[5]、飯塚・野口[11]による方法と定性的に合致する。

・③,④について

この領域については、引張硬化作用およびひびわれの再接触による影響はなくなり、ほぼ弾性体としての挙動を示し、一度閉じたひびわれは再び引張力を受けるまでは開口しないと考えられ、次のように表される。

$$E_{RC} = E_{comp} = (1+np)E_c \quad (8)$$

本モデルでは比較的低い圧縮応力レベルを対象としているため圧縮履歴の影響は考えていない。

以上により、正負交番載荷時の繰返し挙動をモデル化することができた。これらをまとめると表-1のように表すことができる。同表からわかるように引張硬化係数 λ_c はひびわれによる非線形性（引張硬化作用）を表しており、さらに、式(6)を用いることにより、すべての領域（①～⑤）を統一的に評価することが可能となった。

表-1 正負交番载荷時における増分型構成方程式のまとめ

	Tangential Stiffness E_{RC}	range	γ	λ_c
tension	① $E_{RC} = E_{tens.}$	$\sigma \geq \sigma_{max}$	0	$\lambda_c = \frac{\tanh(l_c/b_c)}{l_c/b_c}$
	② $E_{RC} = E_{tens.}$	$\sigma_{max} > \sigma \geq \sigma_1$	0	$\lambda_c = \lambda_u + \Delta\lambda_u \frac{\sigma_{max} - \sigma}{\sigma_{max}}$
	③ $E_{RC} = E_{tens.}(1-\gamma)^m + E_{comp}\gamma^m$	$\sigma_1 > \sigma \geq \sigma_2$	$0 \sim 1$	$\lambda_c = 0$
compression	④ $E_{RC} = E_{comp.}$	$\sigma_2 > \sigma \geq \sigma_{min}$	1	
	⑤ $E_{RC} = E_{comp.}$	$0 \geq \sigma > \sigma_{min}$	1	
tension	⑥ $E_{RC} = E_{tens.}$	$\sigma_{max} \leq \sigma < 0$	0	$\lambda_c = \lambda_r - \Delta\lambda_r \frac{\sigma_{max} - \sigma}{\sigma_{max}}$

3. 提案モデルの適応性に関する検討

3. 1 数値シミュレーション

ここでは、本提案モデルの適応性を検討するため、引張領域のみの繰返し（片振り）、ならびに引張～圧縮への正負交番载荷時における数値シミュレーションを行った。計算方法は、前章で導いた増分型構成方程式を荷重制御で増分計算した。

図-3a),b)は片振り繰返し载荷の数値シミュレーション結果であり、いずれも $\sigma_{max}=25, 32.5, 40\text{kgf/cm}^2$ とした3個の繰返しサイクルについて λ_u, λ_r をパラメータとした感度解析を試みたものである。各パラメータは、 $\Delta\lambda_u = \Delta\lambda_r = 0.4$ で一定とし、 λ_u, λ_r については、 σ_{max} の漸増に伴い $\lambda_u = \lambda_r = 0.3, 0.4, 0.5$ としたもの（同図a)）と、 σ_{max} の漸増にかかわらず $\lambda_u = 0.3, \lambda_r = 0.4$ で一定としたもの（同図b)）を比較した。

図-3a),b)から、 $\lambda_u < \lambda_r$ とすると引張再载荷曲線が除荷点（ σ_{max} ）に完全に復帰しないことがわかる。また、 σ_{max} の漸増に伴い λ_u, λ_c も漸増させると付着の劣化に起因すると考えられる履歴ループの平均剛性の低下が表現できる。

次に、正負交番载荷時における数値シミュレーションの結果を図-4a),b)に示す。

図-4a)には σ_{max} の増加に対して1回目の繰返しについては、 $\sigma_1 = 2\text{kgf/cm}^2, \sigma_2 = -2\text{kgf/cm}^2, 2$ 回目の繰返しでは、 $\sigma_1 = 10\text{kgf/cm}^2, \sigma_2 = -10\text{kgf/cm}^2$ とし、図-4b)は σ_{max} の増加に対して σ_2 のみを増加させ、 σ_1 に関しては、 3kgf/cm^2 で一定とした。また、ここでは、引張～圧縮の遷移領域での適応性をみるため、圧縮～引張での曲線は表示せず、 m の値は一定値 $m=2$ を用いた。

図-4a)から、 σ_1 と σ_2 の差を大きくすると引張～圧縮の遷移領域における剛性の復活が緩やかになり、小さくすると急激になることがわかる。また、 σ_1 を大きくするとひびわれの再接触による

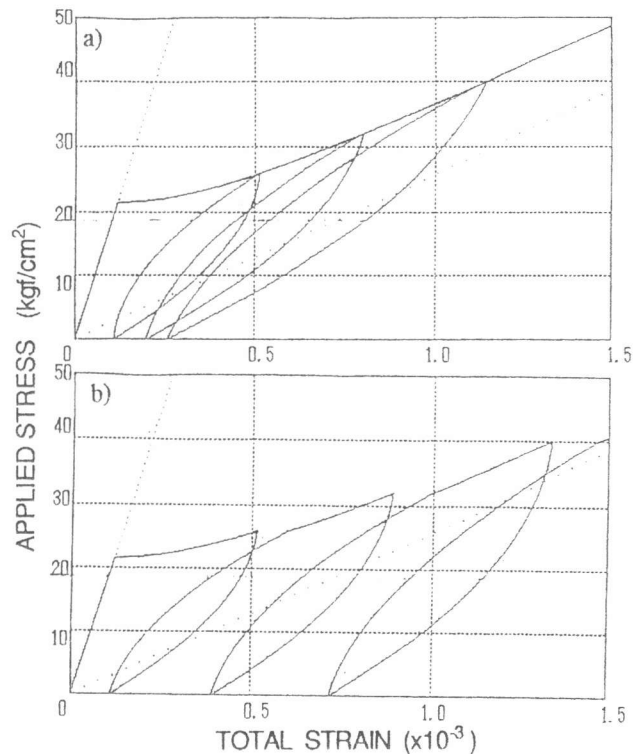


図-3 引張域繰返し载荷の数値シミュレーション（ λ_u, λ_r に関する感度解析）

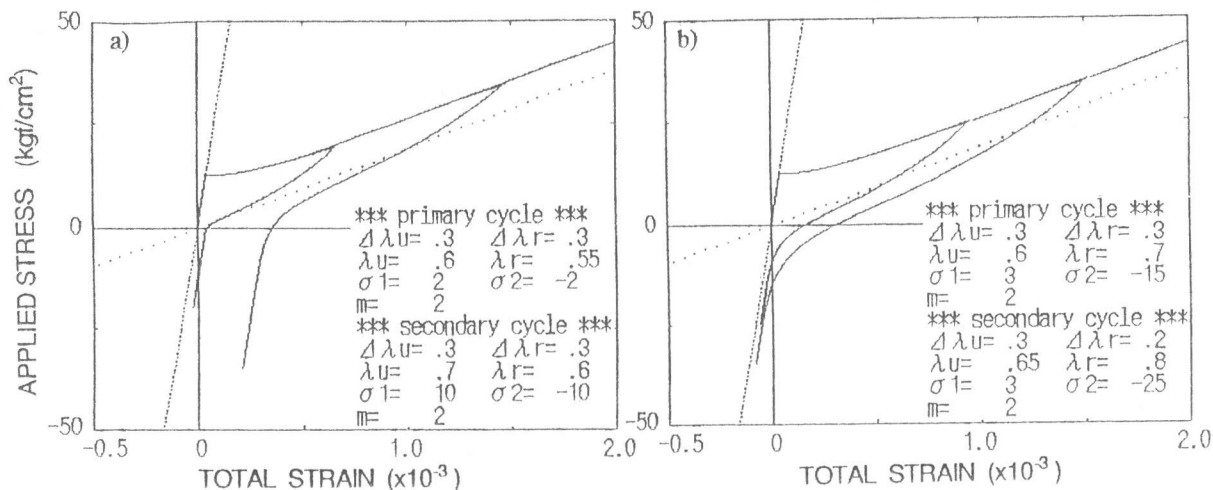


図-4 正負交番載荷時の数値シミュレーション

影響が比較的高い引張応力レベルで表れ、残留ひずみが大きくなっている。よって、 σ_1 の大小によって、ひびわれ面におけるずれ（せん断変形）の影響を表現できると考えられる。

また、図-4b)から、 σ_2 を増加させると、ひびわれを完全に閉じるまでにより大きい圧縮応力が必要であることもわかった。

しかし、 σ_1 、 σ_2 ならびに $\Delta\lambda_u$ 、 $\Delta\lambda_r$ 、 λ_u 、 λ_r についての定量的な評価においては、より広範な実験結果から同定するものとし、今後の課題とする。

3. 2 実験結果との比較

本提案モデルを用いて実験結果との比較を行い、その結果を図-5a),b),c)に示す。実験は、玉井・島[5]によるものであり、実験方法は、正負交番載荷（ $\sigma_{\max} = \sigma_{\min}$ ）を最大引張力を漸増させ3回の繰返しを行い、各荷重段階においても3回繰返しを行ったものである。材料特性値（コンクリートの引張強度）などは実験値から読み取った値を用いた。実験結果は、荷重～平均ひずみ関係で示されて

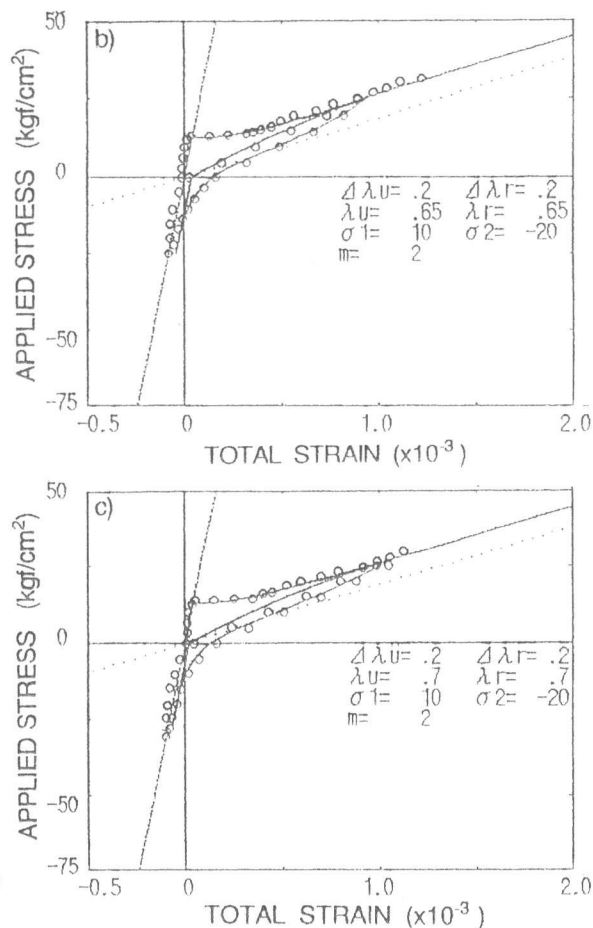


図-5 実験結果との比較

いるが、比較においては、荷重を全断面積で除した応力～平均ひずみ関係で行った。また、提案モデルのパラメータは、数値シミュレーションの結果を参考に実験値と合うように設定し、その値は図中に示した。

σ_1 、 σ_2 は、a)、b)、c)とも同じ値を設定したが、これは、試験体に軸方向の鉄筋を2本用いているので、ひびわれのずれはほとんど生じていないと考えたためである。

同図a),b),c)より、本提案モデルは実験結果と十分一致していると考えられる。

4. 結論

本提案モデルは、鉄筋コンクリートにおける種々の非線形要因のうち特に、鉄筋とコンクリート間の付着作用に大きく影響を受ける引張硬化作用をモデル化したものであり、両構成材料（鉄筋・コンクリート）については線形弾性を仮定している。従って、その適用範囲は使用限界状態（鉄筋降伏前）である。

本研究によって得られた結論を以下に要約する。

- ・単調引張載荷時の基本モデルにおける引張硬化係数 λ_c を再定義することにより、引張域での繰返し挙動を表すことができた。
- ・引張除荷から圧縮載荷への遷移領域においては、引張硬化による剛性とひびわれの再接触による剛性に分けて考えることにより実験結果を精度良く再現することができた。
- ・正負交番載荷に対する包括的なモデルが提案することができたが、パラメータの決定方法や広範囲な実験結果との検証などについては、今後の必要不可欠な課題と考えられる。
- ・本モデルは、直応力状態における材料構成則に相当すると判断されるが、これは、曲げ部材（例えば、[12]）、平面部材（平面応力場）、さらには有限要素解析にも発展させるが可能であり、次の課題と考えられる。

参考文献

- [1]小林保之・吉川弘道・小玉克巳：繰返し荷重下における引張硬化のモデル化とその構成方程式、コンクリート工学年次論文報告集、Vol.13,No.2,pp.61-66、1991.6
- [2]小林保之・吉川弘道・小玉克巳：繰返し荷重下における鉄筋コンクリートの非線形挙動とその構成方程式、土木学会第46回年次講演会講演概要集、第5部門,pp.212-213 平成3年9月
- [3]吉川弘道・田辺忠顕：鉄筋コンクリートの引張剛性に関する解析的研究、土木学会論文集、第366号,pp93-102、1986.2
- [4]森田司郎・角 徹三・須藤英司：鉄筋コンクリート柱体の正負繰返し荷重下での変形挙動、第1回コンクリート工学年次講演論文集、pp.329-332、1979
- [5]玉井真一・島 弘：正負交番載荷時のテンションステイフニング効果、コンクリート工学年次論文報告集、Vol.9,No.2,pp.85-90、1987
- [6]森田司郎・角 徹三：繰返し荷重下における鉄筋とコンクリート間の付着特性に関する研究、日本建築学会論文報告集、第229号,pp.15-24、昭和50年3月
- [7]中島 享・山本康弘：コンクリートの付着応力度の履歴とひびわれの復元力に関する研究、土木学会論文報告集、第219号,pp.95-105、1973.11
- [8]後藤幸正・大塚浩司：引張を受ける異形鉄筋周辺のコンクリートに発生するひびわれに関する実験的研究、土木学会論文報告集、第294号,pp.85-100、1980.2
- [9]吉川弘道・小林保之：繰返し荷重を受けるRC部材の引張硬化係数と増分型構成則、コンクリート工学論文集、投稿中
- [10]Yannopoulos,P.J・Tassios,T.P：Reinforced Concrete Axial Elements Analyzed under Monotonic and Cyclic Actions、ACI Structural Journal、Jan.-Feb.,pp.3-11、1991
- [11]飯塚崇文・野口 博：正負交番載荷時の高強度鉄筋コンクリートの構成モデル、コンクリート工学年次論文報告集、Vol.13,No.2,pp.49-54、1991
- [12]江夏輝行・吉川弘道・小玉克巳：クラックひずみ法によるRC部材の曲げ剛性に関する解析的研究、土木学会第45回年次講演会講演概要集、第5部門,pp.572-573、平成2年9月