

論文

[2017] 鋼材の拘束を考慮した段階的積分法によるPC斜張橋のクリープ解析

正会員 石黒 如 (ドービー建設工業)

1. まえがき

近年、我が国の建設分野においても景観が重視されるようになり、これに伴って、PC斜張橋が飛躍的に増加してきた。しかし、PC斜張橋は、従来のプレストレストコンクリート橋と比べてはるかに高次の不静定構造である上に、コンクリート製の主桁・主塔と鋼製の斜材から成る複合構造でもあるため、クリープおよび乾燥収縮による断面力移行量の解析が特に重要な問題となる。その中の具体的な要因を列挙すれば、以下の通りである。

- 1) 荷重の作用時刻による遅れ弾性歪み係数の違い。
- 2) 部材の材令によるフロー歪み係数および乾燥収縮度の違い。
- 3) コンクリートの弾性係数の経時的変化。
- 4) 鉄筋およびPC鋼材による拘束。
- 5) クリープ進行中に繰返し起きる構造系の変化。

本論文では、これらを総合的に評価するため、段階的積分法によるクリープ解析過程で鋼材の拘束とコンクリート弾性係数の変化を考慮することを前提に、変形法と同じ自由度を有するマトリックス形式の算式を誘導した。そして、これを幾つかの解析モデルに適用し、時間分割の間隔が計算精度に与える影響を調べることにより、時間間隔についての大きな目安を得た。さらに、以上の結果を用いてPC斜張橋のクリープ解析を行い、その特性について検討した。

2. 解析方法

部材のコンクリート打設から計算時刻 t までを n 個の小さな時間間隔 Δt に分割し、各 Δt における部材の弾性歪みによる変形を $\{\Delta\delta_e\}_i$ とすれば、時刻 t から $t+\Delta t$ までに生じる部材のクリープおよび乾燥収縮による変形 $\{\Delta\delta_\varphi\}_n$ は、(1)式で与えられる。但し、 Δt 間のフロー歪み係数 $\Delta\varphi_f$ 、遅れ弾性歪み係数 $\Delta\varphi_d$ 、乾燥収縮度 $\Delta\varepsilon_s$ は文献1)によるものとし、また、 i 番目の Δt 間に生じる変形量の合計を $\{\Delta\delta\}_i = \{\Delta\delta_e\}_i + \{\Delta\delta_\varphi\}_i$ とする。

$$\{\Delta\delta_\varphi\}_n = \sum_{i=0}^{n-1} [D] \{\Delta\delta_e\}_i (\Delta\varphi_f + \Delta\varphi_d)_i + \{S\} \Delta\varepsilon_s \quad (1)$$

ここで、部材両端における断面力と変形は、図-1の向きを正とする。また、式中の変位ベクトル $\{\delta\}$ 、換算マトリックス $[D]$ および $\{S\}$ は、以下に示す通り。

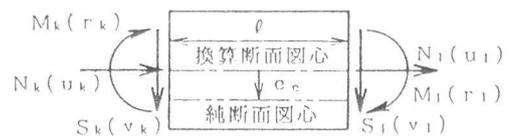


図-1 部材諸元

$$\{\delta\} = \begin{Bmatrix} u_k \\ v_k \\ r_k \\ u_i \\ v_i \\ r_i \end{Bmatrix}, \quad [D] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & e_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & e_c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \{S\} = \begin{Bmatrix} l/2 \\ 0 \\ 0 \\ -l/2 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

クリーブ移行量を変形法の初期歪み問題として解析するため、(1)式のクリーブ変形を完全に拘束するときに必要なとなる固定端力を $\{\Delta F_{cpa}\}$ とすれば、

$$\{\Delta F_{cpa}\}_n = -\sum_{i=0}^{n-1} [K_c][D]\{\Delta\delta_e\}_i(\Delta\varphi_f + \Delta\varphi_d)_i - [K_c]\{S\}\Delta\varepsilon_s \quad (3)$$

これはコンクリートの純断面に対する力であり、 $[K_c]$ はコンクリート純断面についての部材剛性マトリックスを表わす。さらに、この拘束力を解放することによって換算断面(合成断面)に生じる等価節点力 $\{\Delta F_{po}\}$ は、(4)式で与えられる。

$$\{\Delta F_{po}\}_n = \sum_{i=0}^{n-1} [D]^T[K_c][D]\{\Delta\delta_e\}_i(\Delta\varphi_f + \Delta\varphi_d)_i + [D]^T[K_c]\{S\}\Delta\varepsilon_s \quad (4)$$

(4)式の等価節点力を全体構造系に作用させて変形法で解けば、クリーブ移行量の不静定分 $\{F_{p1}\}$ が得られる。尚、 $[D]^T[K_c][D]$ 、 $[D]^T[K_c]\{S\}$ は、以下の通り。

$$[D]^T[K_c][D] = \begin{bmatrix} \frac{E_c \Lambda_c}{\ell} & 0 & \frac{E_c \Lambda_c e_c}{\ell} & \frac{-E_c \Lambda_c}{\ell} & 0 & \frac{-E_c \Lambda_c e_c}{\ell} \\ 0 & \frac{12E_c I_c}{\ell^3} & \frac{6E_c I_c}{\ell^2} & 0 & \frac{-12E_c I_c}{\ell^3} & \frac{6E_c I_c}{\ell^2} \\ \frac{E_c \Lambda_c e_c}{\ell} & \frac{6E_c I_c}{\ell^2} & \frac{4E_c I_c}{\ell} + \frac{E_c \Lambda_c e_c^2}{\ell} & \frac{-E_c \Lambda_c e_c}{\ell} & \frac{-6E_c I_c}{\ell^2} & \frac{2E_c I_c}{\ell} + \frac{-E_c \Lambda_c e_c^2}{\ell} \\ \frac{-E_c \Lambda_c}{\ell} & 0 & \frac{-E_c \Lambda_c e_c}{\ell} & \frac{E_c \Lambda_c}{\ell} & 0 & \frac{E_c \Lambda_c e_c}{\ell} \\ 0 & \frac{-12E_c I_c}{\ell^3} & \frac{-6E_c I_c}{\ell^2} & 0 & \frac{12E_c I_c}{\ell^3} & \frac{-6E_c I_c}{\ell^2} \\ \frac{-E_c \Lambda_c e_c}{\ell} & \frac{6E_c I_c}{\ell^2} & \frac{2E_c I_c}{\ell} + \frac{-E_c \Lambda_c e_c^2}{\ell} & \frac{E_c \Lambda_c e_c}{\ell} & \frac{-6E_c I_c}{\ell^2} & \frac{4E_c I_c}{\ell} + \frac{E_c \Lambda_c e_c^2}{\ell} \end{bmatrix}$$

$$[D]^T[K_c]\{S\} = \begin{Bmatrix} E_c \Lambda_c \\ 0 \\ E_c \Lambda_c e_c \\ -E_c \Lambda_c \\ 0 \\ -E_c \Lambda_c e_c \end{Bmatrix} \quad (5)$$

ここで、各 Δt 間におけるコンクリート純断面に対する断面力の増分を $\{\Delta F_c\}_i$ とすれば、

$$\{\Delta F_c\}_i = [K_c][D]\{\Delta\delta_e\}_i \quad (6)$$

従って、固定端力と等価節点力は、(7)式および(8)式により、コンクリート純断面に作用する断面力から求められる。但し、文献2)より、コンクリートの4週の弾性係数を E_{2s} とするとき、時刻 t の材令におけるコンクリート弾性係数は $E_c = K_e E_{2s}$ で表わされる。

$$\{ \Delta F_{cya} \}_n = -K_c \sum_{i=0}^{n-1} \{ \Delta F_c \}_i (\Delta \varphi_f + \Delta \varphi_d)_i - [K_c] \{ S \} \Delta \varepsilon_s \quad (7)$$

$$\{ \Delta F_{y0} \}_n = K_c \sum_{i=0}^{n-1} [D]^T \{ \Delta F_c \}_i (\Delta \varphi_f + \Delta \varphi_d)_i + [D]^T [K_c] \{ S \} \Delta \varepsilon_s \quad (8)$$

さらに、各 Δt 間における換算断面に対する荷重による断面力の増分を $\{ \Delta F_w \}_i$ で表わせば、 $t > 0$ に対して(9)式が成り立つ。但し、 $t = 0$ のとき $\{ \Delta F_c \}_i = \{ F_0 \}$ とする。

$$\{ \Delta F_c \}_i = \{ F_{cya} \}_i + [A] (\{ \Delta F_w \}_i + \{ \Delta F_{y0} \}_i + \{ \Delta F_{y1} \}_i) \quad (9)$$

以上の算式に従って数値積分を行えば、クリープおよび乾燥収縮による断面力移行量が求められる。尚、図-2のように m 段の鋼材を部材断面に配置したとき、(9)式の断面力ベクトル $\{ F \}$ および分配マトリックス $[A]$ は、以下に示す通り。

$$\{ F \} = \begin{Bmatrix} N_k \\ S_k \\ M_k \\ N_1 \\ S_1 \\ M_1 \end{Bmatrix}, \quad [A] = \begin{bmatrix} \alpha_c & 0 & \beta_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_c & 0 & \beta_c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_c \end{bmatrix}$$

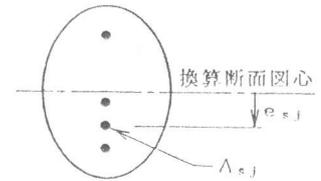


図-2 部材断面

$$\alpha_c = \frac{\Lambda_c}{\Lambda}, \quad \beta_c = \frac{\Lambda_c e_c}{I}, \quad \gamma_c = \frac{I_c}{I}, \quad n_j = \frac{E_{sj}}{E_c}, \quad \alpha_s = \sum_{j=1}^m \frac{n_j A_{sj}}{\Lambda}$$

$$\Lambda = \Lambda_c + \sum_{j=1}^m n_j \Lambda_{sj}, \quad I = I_c + \Lambda_c e_c + \sum_{j=1}^m n_j (I_{sj} + A_{sj} e_{sj}) \quad (10)$$

3. 時間間隔の検討

3つの解析モデルについて以下の6通りの方法による解析結果を比較し、本論文の解析方法で十分な計算精度が確保できる時間間隔 Δt について検討する。尚、本解法を用いた a)~d) では、 Δt を文献1)の示すフロー歪み係数 φ_f を用いて表わし、 Δt が最小である d) を厳密解とした。また、 Δt および t と i の対応については、表-1に示す通り。

- a) Δt に対して $\Delta \varphi_f \approx 0.40$ とした場合。
- b) Δt に対して $\Delta \varphi_f \approx 0.20$ とした場合。
- c) Δt に対して $\Delta \varphi_f \approx 0.10$ とした場合。
- d) Δt に対して $\Delta \varphi_f \approx 0.05$ とした場合。
- e) Dischingerの解式による値。
- f) 文献3)による値。(解析モデルⅠ)
文献4)による値。(解析モデルⅡ)
文献5)による値。(解析モデルⅢ)

表-1 解析に使用する時間間隔

{t, Δt : 11}	log(t)	t	Δt	a)	b)	c)	d)
$\varphi_f(10^0)=0.76$	1.000	10	0	i=0	i=0	i=0	i=0
$\Delta \varphi_f = 0.05$	1.053	11	1				1
$\Sigma \Delta \varphi_f = 0.94$	1.105	12	1			1	2
$n_1 = \Sigma \Delta \varphi_f / \Delta \varphi_f \approx 19$	1.158	14	2			2	3
	1.211	16	2		1	2	4
$\Delta \log(t) = 1/n_1 = 0.053$	1.263	18	2			3	5
	1.316	20	2			3	6
	1.368	23	3			4	7
	1.421	26	3	1	2	4	8
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$\varphi_f(10^2)=1.70$	2.000	100	11				19
$\Delta \varphi_f = 0.05$	2.053	113	13		5	10	20
$\Sigma \Delta \varphi_f = 0.94$	2.105	127	14				21
$n_2 = \Sigma \Delta \varphi_f / \Delta \varphi_f \approx 19$	2.158	144	17			11	22
	2.211	162	18				23
$\Delta \log(t) = 1/n_2 = 0.053$	2.263	183	21		3	6	24
	2.316	207	24				25
	2.368	234	27				26
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$\varphi_f(10^3)=2.64$	3.000	1000	114				19
$\Delta \varphi_f = 0.05$	3.333	1292	292		5	10	39
$\Sigma \Delta \varphi_f = 0.45$	3.222	1668	376				21
$n_3 = \Sigma \Delta \varphi_f / \Delta \varphi_f \approx 9$	3.111	2154	486			11	41
	3.444	2783	629				42
$\Delta \log(t) = 1/n_3 = 0.111$	3.556	3594	811			21	43
	3.667	4642	1048				44
	3.778	5995	1353		11	22	45
	3.889	7743	1748			23	46
$\varphi_f(10^4)=3.09$	4.000	10^4	2257				47
$\varphi_f(\infty)=3.10$	∞	∞	∞	6	12	24	48

〔解析モデルⅠ〕

図-3のように片持ち梁の打設から10日後に持続荷重 $\omega = 10 \text{ t/m}$ を載荷し、弾性変形終了後、先端を単純支持したと考え、1の反力と2の曲げモーメントの移行量 M_1, R_2 を計算する。

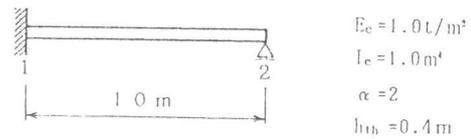


図-3 解析モデルⅠ

〔解析モデルⅡ〕

図-4のように第一径間の打設から15日後に持続荷重 $\omega = 3 \text{ t/m}$ を載荷し、その15日後に第二径間を打継ぎ、15日後に第二径間に持続荷重 $\omega = 3 \text{ t/m}$ を載荷したと考えて、2の反力および曲げモーメントの移行量 M_2, R_2 を計算する。

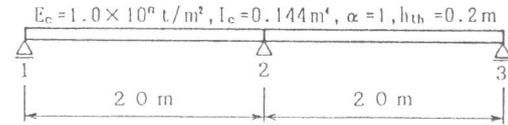


図-4 解析モデルⅡ

〔解析モデルⅢ〕

図-5のようなPC単純桁の打設から10日後にプレストレス $P = 66.35 \text{ t}$ を導入、自重 $\omega = 0.4 \text{ t/m}$ を載荷したと考え、2の断面上・下縁のクリープ・乾燥収縮によるプレストレスによる応力度の減少量 $\Delta\sigma_2', \Delta\sigma_2$ を計算する。

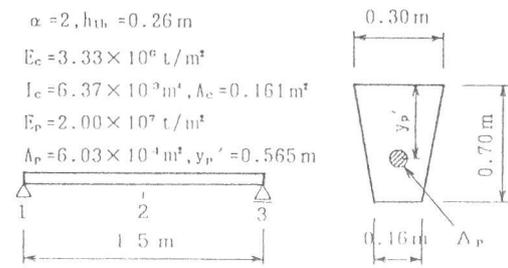


図-5 解析モデルⅢ

但し、いずれも、相対湿度を70%、コンクリート温度を20℃とし、また硬化速度係数 α と仮想部材厚 h_{th} は図-3, 4, 5に示す値とした。解析モデルⅠ, Ⅱ, Ⅲの結果は表-2, 3, 4の通り。表中の括弧内の値は、コンクリートの弾性係数を一定としたときの結果を表わす。

表-2 Ⅰの解析結果

	M_1 [tm]	R_2 [t]
a)	(327) 327	(32.7) 32.7
b)	(321) 321	(32.1) 32.1
c)	(319) 318	(31.9) 31.8
d)	(318) 317	(31.8) 31.7
e)		345
f)		321

表-3 Ⅱの解析結果

	M_2 [tm]	R_2 [t]
a)	(-61) -60	(6.1) 6.0
b)	(-60) -59	(6.0) 5.9
c)	(-60) -58	(6.0) 5.8
d)	(-59) -58	(5.9) 5.8
e)		-68
f)		-59

表-4 Ⅲの解析結果

	$\Delta\sigma_2'$ [kg/cm ²]	$\Delta\sigma_2$ [kg/cm ²]
a)	(4.5) 4.5	(-15.7)-15.7
b)	(4.5) 4.5	(-15.7)-15.6
c)	(4.5) 4.5	(-15.6)-15.5
d)	(4.5) 4.5	(-15.6)-15.5
e)	—	—
f)	4.5	-15.5

表-2, 3, 4の b)と d)の値から、 $\Delta\phi_f \approx 0.2$ 程度の粗い時間間隔であっても、本解法によるクリープ移行量の解析結果が2%以内の誤差に納まっており、十分な計算精度を確保していることがわかる。さらに、a)~d)の値を比較すると、本解法では時間間隔を粗くするほど移行量を大きく見積もる傾向がある。これは、 Δt を粗くしても持続荷重の累計が不変であるのに対して、これとは異符号の各 Δt 間に生じる移行量の累計が減少するためと考えられる。また、括弧内のコンクリート弾性係数を一定と仮定した値は、材令による変化を考慮した場合に比べて、断面力移行量を若干大きく見積もることになるが、その差は2%以内である。

一方、f)に示す他の文献による値は、本解法による d)の値に対して2%以内の誤差に納まっているが、Dischingerの解式による e)の値では移行量を過大に見積もっている。

4. PC斜張橋の解析

図-6のように支保工により一括施工したPC斜張橋について、本論文の解析方法を用いたクリープ解析を行う。その際、時間間隔 Δt として、前項の c)の値を使用する。

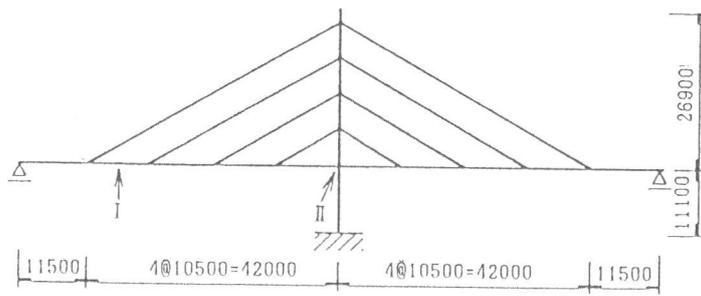


図-6 解析モデル (PC斜張橋)

主桁コンクリート純断面諸元

$$A_c = 1.9373 \text{m}^2, y_c' = 0.318 \text{m},$$

$$I_c = 0.1136 \text{m}^4$$

主桁PC鋼材諸元

$$A_p = 0.0142 \text{m}^2, y_p' = 0.439 \text{m} \text{ (I断面)}$$

$$A_p = 0.0063 \text{m}^2, y_p' = 0.096 \text{m} \text{ (II断面)}$$

主桁鉄筋諸元

$$A_s = 0.0089 \text{m}^2, y_s' = 0.249 \text{m} \text{ (D-1)}$$

$$A_s = 0.0271 \text{m}^2, y_s' = 0.249 \text{m} \text{ (D-2)}$$

解析では以下の各項目を変化させて、主桁自重による断面力とプレストレスによる応力度のクリーブ移行量についての比較を行う。但し、 k はゴム支承のバネ定数を表わす。

1) 柱頭部の結合条件

R-TYPE: 主桁と主塔・橋脚を剛結とした場合。

K-TYPE: 主桁と主塔・橋脚をゴム支承で結合した場合。($k = 500, 50 \text{t/cm}$)

F-TYPE: 主桁と主塔・橋脚を分離した場合。

2) 主桁の鋼材量

D-0: PC鋼材のみの場合。(I断面で $\alpha_s = 0.0543$, II断面で $\alpha_s = 0.0241$)

D-1: PC鋼材と標準的配筋の場合。(I断面で $\alpha_s = 0.0833$, II断面で $\alpha_s = 0.0581$)

D-2: PC鋼材と全鉄筋D22の場合。(I断面で $\alpha_s = 0.1579$, II断面で $\alpha_s = 0.1277$)

3) 斜材の断面積

S-2: $\phi 26 \text{mm}$ 鋼棒 2本とした場合。

S-4: $\phi 26 \text{mm}$ 鋼棒 4本とした場合。

S-6: $\phi 26 \text{mm}$ 鋼棒 6本とした場合。

解析結果は、主桁自重による曲げモーメント M_w に対する移行量 M_p の比を表-5に、また、プレストレス不静定力による応力度 σ_{p2} と、その移行量の静定分 $\sigma_{cpa} + \sigma_{p0}$ 、不静定分 σ_{p1} の比較を表-6に示す。さらに、斜材断面積の変化による断面力の比較を図-7に示す。

図-7では、曲げモーメントの移行量が軸力の移行量に比べて大きく、弾性変形による曲げモーメントの50%を越えている。また、斜材の断面積が小さいほど移行量は大きい。

表-5に示すIIの結合条件の比較では、剛結・ゴム支承・分離の順に移行量は大きい。斜材断面積による影響は逆に小さい。また、ゴム支承のバネ定数が大きいほど移行量は大きい。

表-6では、主桁鋼材量による移行量静定分の変動が大きいことは当然だが、不静定力による応力度の変動が10%以下であるのに対して、移行量の不静定分の変動は25%を越えている。

表-5 主桁自重曲げモーメント比

主桁自重 $M_p/M_w (\times 10^2)$	I断面			II断面		
	S-2	S-4	S-6	S-2	S-4	S-6
R-TYPE	-61	-61	-60	-68	-60	-54
K-TYPE	$k = 500$	-	-61	-	-	-59
	$k = 50$	-	-60	-	-	-52
F-TYPE	-53	-56	-57	39	20	12

表-6 プレストレスによる応力度

プレストレス (kg/cm^2)		I断面			II断面		
		D-0	D-1	D-2	D-0	D-1	D-2
上縁 (R-TYPE)	σ_{p2}	23	23	24	-24	-23	-23
	$\sigma_{cpa} + \sigma_{p0}$	-3	-10	-21	-6	-11	-19
	σ_{p1}	4	5	7	1	1	2
下縁 (R-TYPE)	σ_{p2}	-38	-38	-39	33	33	32
	$\sigma_{cpa} + \sigma_{p0}$	-18	-19	-20	2	1	-3
	σ_{p1}	-7	-9	-12	-2	-3	-4
上縁 (F-TYPE)	σ_{p2}	23	23	24	-11	-11	-10
	$\sigma_{cpa} + \sigma_{p0}$	-3	-10	-21	-14	-20	-30
	σ_{p1}	4	5	7	-1	0	0
下縁 (F-TYPE)	σ_{p2}	-37	-38	-39	15	14	14
	$\sigma_{cpa} + \sigma_{p0}$	-18	-19	-20	5	1	-4
	σ_{p1}	-7	-9	-13	0	0	-1

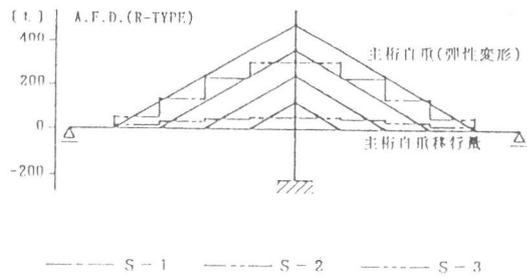
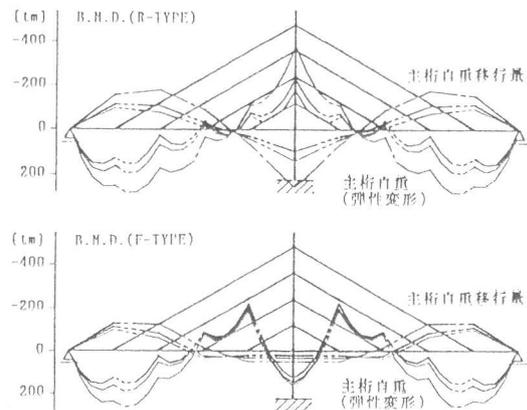


図-7 主桁自重による断面力



5. まとめ

本論文の解法は、段階的積分法によるクリープ解析において鋼材の拘束およびコンクリート弾性係数の変化を考慮し、さらに変形法による骨組構造解析と同じ自由度を持つマトリクス形式の算式を示した点に特徴がある。また、時間分割の間隔による影響についての検討結果は次の通りである。クリープ進行中に構造系の変化が繰返し起きる場合、aging-coefficient法でも多くの計算ケースが必要なことを考慮すれば、本解法は実用性の点でも問題ないと言える。

- 1) $\Delta\phi_f \approx 0.2$ 程度の粗い時間間隔であっても、本解法による断面力移行量の解析結果が2%以内の誤差に納まっており、十分な計算精度を確保している。
- 2) 本解法では時間間隔を粗くするほどクリープ移行量を大きく見積もる傾向がある。
- 3) コンクリートの弾性係数を一定と仮定すると、移行量を若干大きく見積もることになる。

また、本解法をPC斜張橋に適用した結果からは、以下のことが言える。

- 1) 主桁の剛性が一定ならば、斜材の断面積が小さいほど移行量は大きい。
- 2) IIの結合条件は、剛結・ゴム支承・分離の順に移行量が大きい。斜材剛性が移行量に与える影響は逆に小さい。また、ゴム支承のバネ定数が大きいほど、移行量も大きくなる。
- 3) 主桁鋼材量が増加したとき、応力度移行量のうちの不静定分の変動が特に大きい。

前述の結果からも明らかなように、PC斜張橋におけるクリープによる断面力移行量は、荷重による断面力に比べても、小さなものではない。設計思想としては、クリープによる移行量の影響が小さくなるような構造諸元や施工順序を選択するという方策も考えられる。しかし、そのためには、PC斜張橋の構造諸元等がその移行量に与える影響を、予め正確に把握しておく必要がある。このような場合に、本論文で示した解析方法は非常に有効であると考えられる。

6. 参考文献

- 1) 道路橋示方書・同解説(I)(III), 日本道路協会, 1990
- 2) コンクリート道路橋設計便覧, 日本道路協会, 1985
- 3) 佐藤 素啓; 渡辺 実; 佐藤 昇: 変位法によるコンクリート構造物のクリープ・乾燥収縮解析の基礎理論, プレストコンクリート, 1980.4
- 4) 小宮 正久; 酒井 一; 前田 晴人: 任意形コンクリート構造物のクリープ解析法に関する一提案, プレストレストコンクリート, 1987.3
- 5) 猪股 俊司: 多数段配置PC緊張材および普通鉄筋を有するPC断面のクリープ解, プレストレストコンクリート, 1971.2
- 6) Comité Euro-International du Béton: Structural Effects of Time-dependent Behaviour of Concrete, Georgi Publishing Company, Saint-Saphorin, Switzerland, 1984