

論 文

[2015] RC浮体構造の設計方法に関する研究

正会員○西村政洋（名古屋大学大学院）

正会員 田辺忠顯（名古屋大学土木工学科）

1. はじめに

浮遊式の空港、橋梁、発電所など大規模構造物の構想は 10 年以上前からなされてきており、それほど目新しいものではない。また、各種海洋構造物の施工段階において、浮遊状態となることも多い。こうした大規模浮遊式構造物は暴風雨時でも、船舶のように退避することができないため、事前に浮体に働く力を精度良く評価し、浮体の挙動を予測する必要がある。

浮体に作用する外力としては、波力、潮流力、風力などが挙げられる。このうち、潮流力や風力については、抗力係数を用いて浮体が存在しない状態での流速あるいは風速の 2 乗に比例する量として比較的簡単に扱われるのに対し、動搖中の浮体に働く波力は、浮体運動と密接な関係があるため最も複雑で、通常、浮体表面上の境界条件を満たす境界値問題として扱われる。この境界値問題の解法には、多重極展開法、領域分割法、境界要素法、有限要素法などが提案されているが、それぞれに長所、短所を持っており、対象とする問題によって使い分けられている。

通常の方法では、浮体は剛体として扱われ、サージ、スウェイ、ヒーブ、ピッチ、ロール、ヨウの 6 自由度の運動が考えられている。しかし、海上空港のような比較的薄くて広い構造物の波浪応答解析を行う際には、構造物の曲げ変形をも考慮する必要がある。そこで、本論文では、図-1 に示す「浮上式プレストレストコンクリート製海上空港に対する構想」[1]で提案された海上空港のような大規模浮遊式構造物の波浪外力算定への基礎的研究として、浮体を弾性体とし、鉛直方向の曲げ振動を考えた場合の有限要素法による線形解析を行う。

通常の線形解析においては、Haskind の関係に基づいて、動搖浮体に作用する流体力は、固定浮体に作用する流体力と、静水中で浮体が 6 成分の正弦運動をする場合の流体力の重ね合わせとして求められる[2]が、本論文では曲げ振動という、より自由度の大きい浮体運動を扱うため、両者を一括して波浪中で浮体が動搖する状態での解析を行う。また、無限領域の取り扱いは、Mei らによるハイブリッド法を用い計算効果を上げている。

そして、最後にこの解析法と井島らによる領域分割法とを比較することにより、浮体の剛性が外力や動搖量に及ぼす影響について考察し、大規模構造物への適用について述べる。

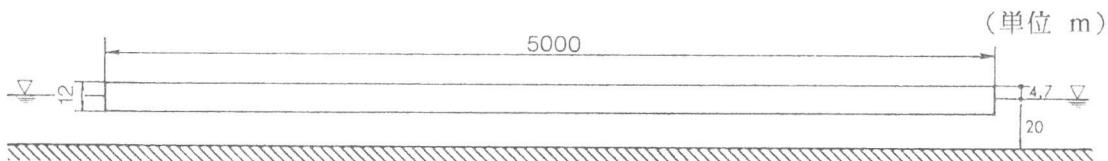


図-1 浮上式海上空港縦断面図

2. 解析理論

2. 1 流体場の解析

一定水深 h の水域に浮遊式構造物があり、これに角振動数 ω の微小振幅波が入射しているものとする。そして、浮体は曲げ振動をともなった微小な定常周期運動をしているものとする。座標系は、図-2 に示すように、静止水面上に原点 O および x 軸を、鉛直上向きに z 軸をとる。

流体は、非圧縮性、非粘性で、微小な非回転定常運動状態にあるとして、速度ポテンシャルを

用いて線形理論による解析を行う。したがって、時刻 t における流体場の速度ポテンシャル Φ は、入射波、散乱波の速度ポテンシャルの和として次式のように表すことができる。

$$\Phi = (\phi^I + \phi^S) e^{-i\omega t} \quad (1)$$

ここに、 i は虚数単位 ($\equiv \sqrt{-1}$) で、 ϕ^I , ϕ^S はそれぞれ入射波および散乱波のポテンシャル関数である。

式(1)のうち、入射波に対応する ϕ^I は既知で、 x 軸の正方向からの入射波を考えて次式のように与える。

$$\phi^I = -\frac{igH}{2\omega} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} e^{-ikx} \quad (2)$$

ここに、 g : 重力加速度, H : 入射波高, k : 波数 ($\omega^2/g = k \tanh k h$ の正の実数解) である。
したがって、問題は所与の基礎方程式と境界条件を満足する ϕ^S を求めることとなるが、 ϕ^I と ϕ^S の線形性により、基礎方程式と境界条件は、次のように表される。

$$\frac{\partial^2 \phi^S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi^S}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{in } \Omega) \quad (3) \quad \frac{\partial \phi^S}{\partial z} = \frac{\omega^2}{g} \phi^S \quad (\text{on } S_F) \quad (4)$$

$$\frac{\partial \phi^S}{\partial n} = 0 \quad (\text{on } S_B) \quad (5) \quad \frac{\partial \phi^S}{\partial n} = -\frac{\partial \phi^I}{\partial n} + \frac{\partial w}{\partial t} \quad (\text{on } S_{H1}) \quad (6)$$

$$\frac{\partial \phi^S}{\partial n} = -\frac{\partial \phi^I}{\partial n} \quad (\text{on } S_{H2}) \quad (7) \quad \frac{\partial \bar{\phi}^S}{\partial x} \mp ik\bar{\phi}^S \sim 0 \quad (\text{as } kx \rightarrow \pm\infty) \quad (8)$$

ここに、式(3)は流体内部 Ω における連続条件、式(4)は自由表面 S_F における運動学的・力学的条件、式(5), (6), (7)はそれぞれ水底面 S_B 、構造物底面 S_{H1} 、構造物側面 S_{H2} における不透過条件を表す。また、式(8)は無限遠方において散乱波は外向きの進行波の挙動をするという Sommerfeld の放射条件を表す。ただし、式(6), (7)の n による偏微分は、流体から外向きの法線方向微分を表す。また、 w は、構造物の鉛直方向のたわみで、各節点でのたわみとたわみ角を未知量として表されるものである。

この境界値問題を解く方法として、Mei らによるハイブリッド法[3]を適用する。この方法は、水域中に鉛直な仮想境界面 S_R を設け、その外部を固有関数展開による解析表示、内部を有限要素近似し、仮想境界上において速度ポテンシャルおよびその法線方向導関数を接合させて解くものである。固有関数展開では一定水深における解析解しか得られないが、有限要素法では、任意水深、任意浮体形状が扱えるため、幾何学的な不規則性は全て内部領域に含むように仮想境界をとらなければならない。外部領域では、散乱波の速度ポテンシャルを $\phi = \psi(x)f(z)$ の形に分離して表し、式(3)～(5)に代入すれば $f(z)$ に関する Sturm-Liouville 型の固有値問題となり、以下の固有関数を得る。

$$f_{n(z)} = \cosh k_n(z+h) \quad (9)$$

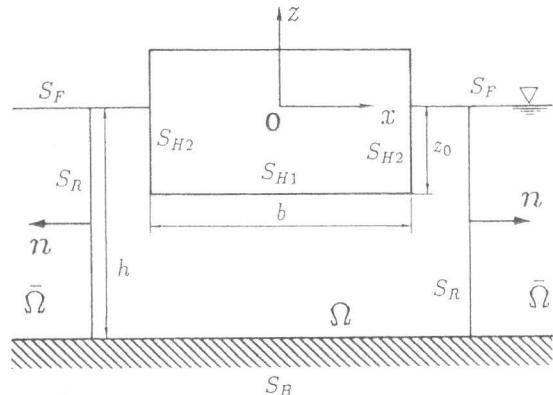


図-2 座標系と領域の定義

ここで、固有値 k_n は分散関係式 ($\omega^2/g = k \tanh k h$) の正の実数解 (k) および無限個の虚数解 (k_1, k_2, k_3, \dots) である。 $\psi(x)$ は k を用いて $\psi(x) = e^{\pm ikx}$ と表されるので、外部領域の速度ポテンシャルは以下のように表される。

$$\bar{\phi}^\pm = a_0^\pm f_{0(z)} e^{\pm ikx} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^\pm f_{n(z)} e^{\mp k_n x} \quad (10)$$

ここで、 ϕ の添え字の + は x 座標が正の側、 - は負の側の速度ポテンシャルを意味する。ただし、実際の数値解析では無限級数の和は、有限の M 項で打ち切ることになる。式(10)は式(8)の放射条件も満足しているので、以下の連続条件を仮想境界で課すことにより内部領域での解析から無限遠方での放射条件をも満足する解を得ることができる。

$$\phi^S = \bar{\phi}^S \quad (11) \quad \frac{\partial \phi^S}{\partial n} = \frac{\partial \bar{\phi}^S}{\partial n} \quad (12)$$

これにより、問題は自由水面、浮体表面、水底面および仮想境界面に囲まれた閉領域での式(3)～(7)および(11), (12)を基礎方程式および境界条件とする境界値問題となり、対応する積分方程式は次式のように与えられる。

$$\begin{aligned} & - \int \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \delta \phi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \cdot \frac{\partial \delta \phi}{\partial z} \right) d\Omega + \frac{\omega^2}{g} \int_{S_F} \phi \cdot \delta \phi dS \\ & + \int_{S_{H1}} \left(- \frac{\partial \phi^I}{\partial n} + \frac{\partial w}{\partial t} \right) \delta \phi dS - \int_{S_{H2}} \frac{\partial \phi^I}{\partial n} \delta \phi dS + \int_{S_R} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial n} \delta \phi dS = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\int_{S_R} (\phi - \bar{\phi}) \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial n} dS = 0 \quad (14)$$

次に、流体場を要素分割して、要素内での速度ポテンシャル ϕ を形状関数 N_i および、各節点での速度ポテンシャル ϕ_i を用いて $\phi = N_i \phi_i$ と表し、式(13)および式(14)に代入することにより、流体中の各節点における速度ポテンシャル $\{\phi\}$ および浮体の各節点でのたわみ、たわみ角 $\{w\}$ に関する次のような連立方程式を得る。

$$[K_{L1}]\{\phi\} + [K_{L2}]\{w\} = \{V_L\} \quad (15)$$

2. 2 浮体の曲げ振動解析

浮体を鉛直方向たわみ w のみを伴う水平なはりで近似し、振動解析を行う。振動は角振動数 ω の定常振動とする。曲げ振動の運動方程式にガラーキン法を用いて積分形で表せば次式のようになる。

$$EI \int_0^L \delta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx - \omega^2 \rho_H A \int_0^L \delta w \cdot w dx - \int_0^L \delta w \cdot q_{z(x)} dx = 0 \quad (16)$$

ここに、 E : 弾性係数、 I : 断面の y 軸まわりの断面 2 次モーメント、 ρ_H : 浮体の密度、 A : 浮体の断面積、 $q_{z(x)}$: z 軸方向外力 を表す。このうち z 軸方向の外力については、入射波による外力、散乱波による外力、および静水圧の変化による外力の和として考え、次式のように与える。

$$q_{z(x)} = -\rho g w_{(x)} + i\omega\rho \left[\phi_{(x)}^S + \phi_{(x)}^I \right]_{z=-z_0} \quad (17)$$

ただし、 ρ ：水の密度 である。

次に、浮体を要素に分割し、各要素毎にたわみ曲線 w を x に関する 3 次関数で近似し、要素両端におけるはりのたわみ w とたわみ角 w' を要素とする節点変位ベクトル $\{w\}$ を用いて式(16)、(17)を離散化すると、次式の $\{w\}$ および $\{\phi\}$ に関する連立方程式を得る。

$$[K_{H0} + M_H + K_{H2}] \{w\} + [K_{H1}] \{\phi\} = \{V_H\} \quad (18)$$

ここで、 $[K_{H0}]$ および $[M_H]$ ははりの曲げ振動の剛性マトリックスおよび質量マトリックス、 $[K_{H1}]$ 、 $[K_{H2}]$ 、 $\{V_H\}$ は外力による成分に対応する。

2.3 全体系の連立方程式

未知量である各節点における速度ポテンシャルと外部領域でのポテンシャル係数を合成した列ベクトル $\{\phi\}$ 、および浮体の節点変位ベクトル $\{w\}$ に対して、式(15)および式(18)の連立方程式を導いた。これらを重ね合わせることにより、全体系の連立方程式は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} [K_{L1}] & [K_{L2}] \\ [K_{H1}] & [K_{H0} + M_H + K_{H2}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\phi\} \\ \{w\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{V_L\} \\ \{V_H\} \end{Bmatrix} \quad (19)$$

3. 数値計算例および考察

3.1 領域分割法との比較

本解析法の妥当性を検討するため、一定水深における矩形浮体の波浪応答解析を行い、井島ら[4]による領域分割法による解析結果との比較を行った。解析に用いたモデルは係留などの拘束を受けない自由浮体で領域分割法との比較のため剛体としている。

図-3 に水深 $h = 20.0\text{m}$ 、浮体長 $b = 20.0\text{m}$ 、喫水 $z_0 = 10.0\text{m}$ としたときの heaving amplitude の無次元化された入射波の振動数に対する変化を示す。ただし heaving amplitude は浮体の重心の鉛直方向振幅 w_0 を入射波の振幅 $H/2$ で割った無次元量で表示してある。この結果は大体において一致しているが、領域分割法はより明瞭な peak を示している。これは、本解析法では浮体側面の鉛直壁は底面に比べて十分に小さいとし、その振動を無視していることによる影響かと思われる。

3.2 浮体の曲げ振動

本解析法を図-4 に示すような R C 製浮遊式構造物に適用し、その曲げ振動について考察する。

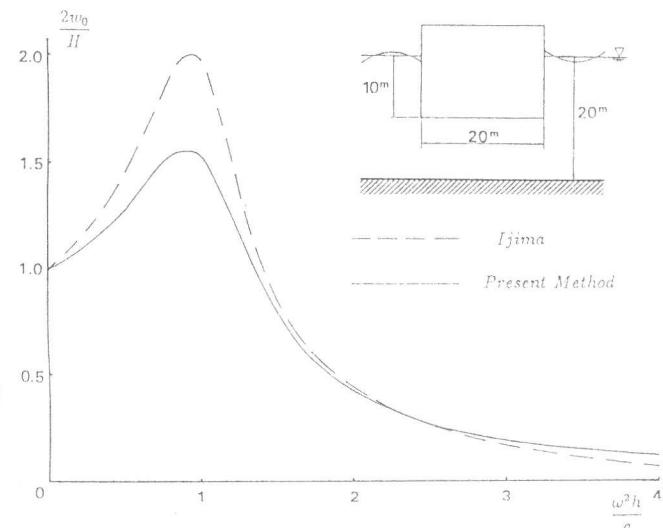


図-3 Heaving Amplitude

構造物の壁の厚さは平均1mとし、 $I=60(\text{m}^4)$ 、 $E=2.0 \times 10^6(\text{tf}/\text{m}^2)$ とする。

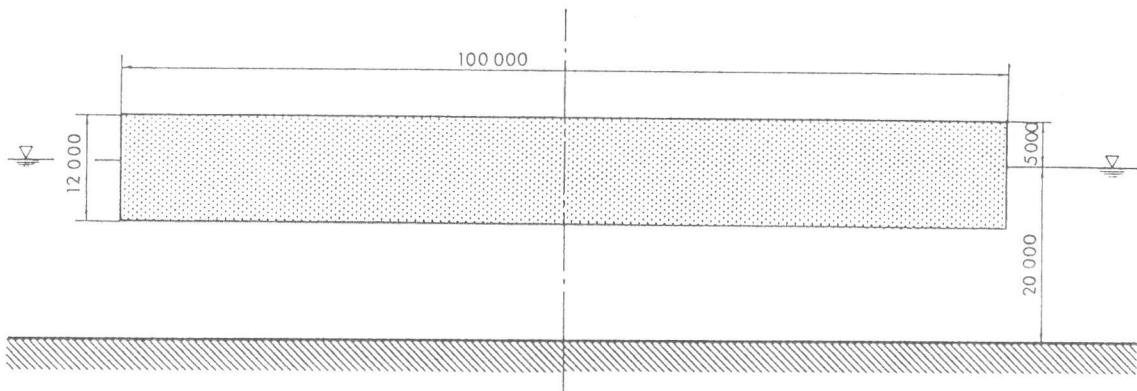


図-4 曲げ振動解析モデル

heaving amplitudeは図-5の実線のようになるが、曲げ振動による影響を見るため曲げ剛性 EI を $1/3$ および $1/10$ としたときの計算も行った。それによると、波長の長い波に対しては曲げ剛性の大きな構造物の振幅の方が大きく、構造物を剛体として設計しても安全側となるが、短い波長の波に対しては、曲げ剛性の低い構造物の方が振幅が大きく、特に波長が 80m ($\omega^2 h/g = 1.4$) の辺りでは、大きな違いとなった。短い波長の波に対して曲げ剛性の低い構造物が曲げを伴って大きな振動を起こすことは直感的にも想像されよう。

次に、3種類の波長に対するせん断力の最大値の x 軸方向分布は図-6に示すとおりで、浮体を船体に例えれば、船首から少しがった辺りに最も大きなせん断力を受けており、この辺りにせん断に対する補強を行う必要がある。波長による影響を見てみると、サギング、ホギング時に相当する、波長が浮体長と等しくなる付近で最も大きな値になっている。また、短波長の波ほど x 座標が正の側と負の側での非対称性が大きくなり、波の入射方向への依存性が大きくなっていることがわかる。これら波長による変化は、別に計算した曲げモーメントの分布についても同様な傾向がみられた。なお、曲げモーメントは浮体中央付近で最大

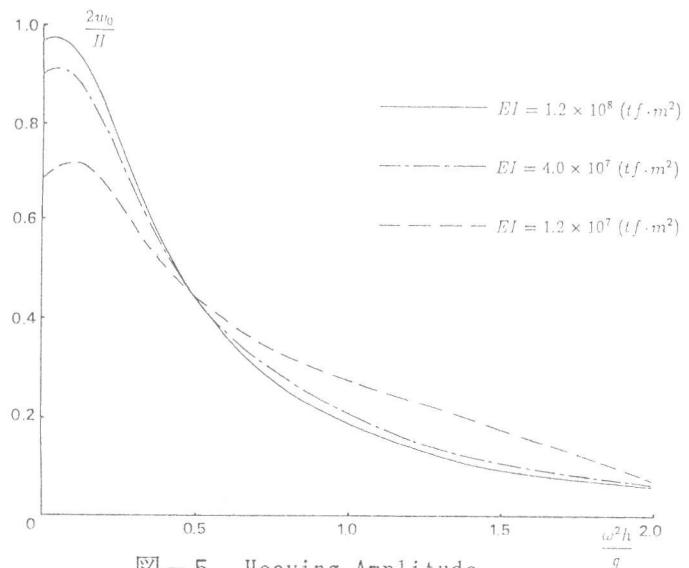


図-5 Heaving Amplitude

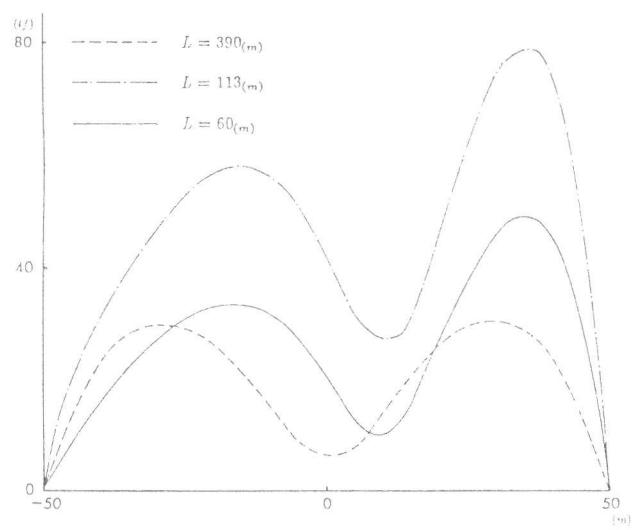


図-6 せん断力分布

値をとる。

浮遊式構造物の断面力の算定式には、ミューラーの式、P C バージ規準の式、ヴェリタスルールの式などがあるが、このうちよく用いられるミューラーの式による値と本解析法から得られた値との比較をおこなった。図-7に波長60mの波での結果を示すが、ミューラーの式による計算値は本解析法による計算値より小さくなっている。しかし、ミューラーの式では浮体の変形はもちろん、浮体の動搖や水深影響の要因すらも含まれていないため、本解析法により、より実際の設置場所の波浪条件に対応した断面力算定が可能になるものと思われる。

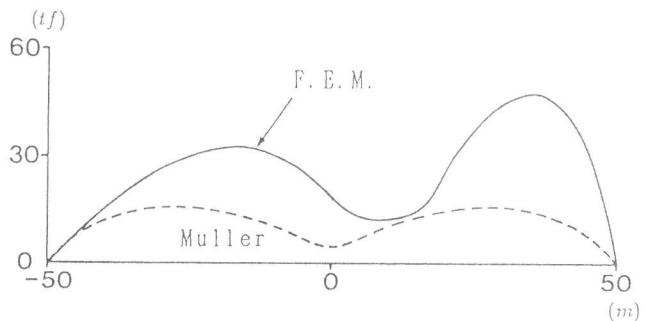


図-7 せん断力分布

4. 結論

以上述べてきたごとく、本論文では曲げ変形を伴う浮遊式構造物の波浪中動搖に関する有限要素法の適用法を示した。これは、浮体をはり要素に分割し、流体の速度ポテンシャルを仮想境界の内部は有限要素法、外部は直交固有関数展開で表し、仮想境界上で連続条件を課して浮体と流体の未知量を連成させた連立方程式を解くことにより全ての未知量を求めるものである。以下、得られた主要な結論を要約して述べる。

- (1) 曲げ振動を伴う浮体の有限要素法解析の方法を提案した。
- (2) 浮体の曲げ剛性を高め剛体として扱うことにより、領域分割法とほぼ同様な鉛直方向動搖量を得る。
- (3) 剛性の低い構造物に短波長の波が入射する場合、構造物を剛体として動搖量を求めるとき、曲げ剛性を正しく評価し曲げ振動を考慮した場合よりも小さく見積ることになり注意が必要である。
- (4) 浮体の曲げ振動を考慮した場合の断面力とミューラーの式によって計算した断面力を比較すると、波周期によって異なるものの、全般的にミューラーの式による計算値は小さくなる。したがって、ミューラーの式を用いる場合には注意が必要である。

以上、超大形浮遊式構造物の設計の際に必要な、構造物の曲げ剛性を考慮した波浪応答解析の概要を述べた。今後は、i)水平方向振動、ii)係留系の影響、iii)3次元問題への適用などが重要なと思われる所以、これらについて引き続き研究を進めていきたいと思っている。

【参考文献】

- [1] 海洋構造物委員会：浮上式プレストレストコンクリート製海上空港に対する構想、プレストレストコンクリート Vol. 21、No. 6、pp. 23-43、1979
- [2] 今井、利穂：浮体動搖解析の現況、鹿島建設技研年報第33号、pp.49-56、1985
- [3] C. C. Mei and H. S. Chen: Some Properties of a Hybrid Element Method for Water Waves, Int. J. Num. Meth. Eng. Vol. 14, pp. 1627-1641, 1979
- [4] 井島、田淵、湯村：有限水深の波による矩形断面物体の運動と波の変形、土木学会論文報告集第202号、pp.33-48、1972