

論文

[2100] 周辺固定長方形版の終局強度解析と実験

正会員 ○坂尻公也（竹中工務店北海道支店）

日野正熙（東京エンタープライズ）

土橋由造（北海道大学名誉教授）

1 はじめに 破断線理論によるJohansen法の出現以来半世紀余り、実験と解析的な数多くの研究が積み重ねられてきたが、周辺を拘束した試験体の実験による評価はまちまちであった。1955年 Ocklestonは、実在建物床スラブの破壊実験により、終局荷重が解析値より可成り高い結果を得た。¹ この原因が、周辺を剛固に拘束することによって面内に圧縮膜作用を生ずることにあると推測した。² この先駆的な見解により、実験と解析との差違が、曲げのみを考慮したJohansen の仮定にあることが認識されてきた。それ以来、膜力を導入する試みがChristiansen,³ Schlaich⁴ らによってなされているが、これらの解法には不明確な点も多い。1964年Parkが、剛塑性帯版法によって曲げと軸力の釣合式を立て、実験により検証しているが、⁵ 終局時の中央点変形と試験装置に問題があり、解と実験値の適合性を言及するところまでには至っていない。

著者らは、周辺固定RC床版の簡便な終局強度解析法として、面内圧縮膜作用を導入したPark理論に対して、式中の終局時版中央点変形に弾塑性解から求めた値を適用し、圧縮応力塊形状係数に日本建築学会RC規準の諸数値を用いる修正Park法を先に提案した。⁶ その中で本解析法は、周辺固定版に対して極めて高い適応性を示すことを実験により検証し、弾塑性解にもほとんど一致することを報告したが、実験で扱った試験体は正方形版に限られていた。

本報告は、辺長比を変えた長方形版シリーズの試験体についての既往の実験結果^{7,8} を用い

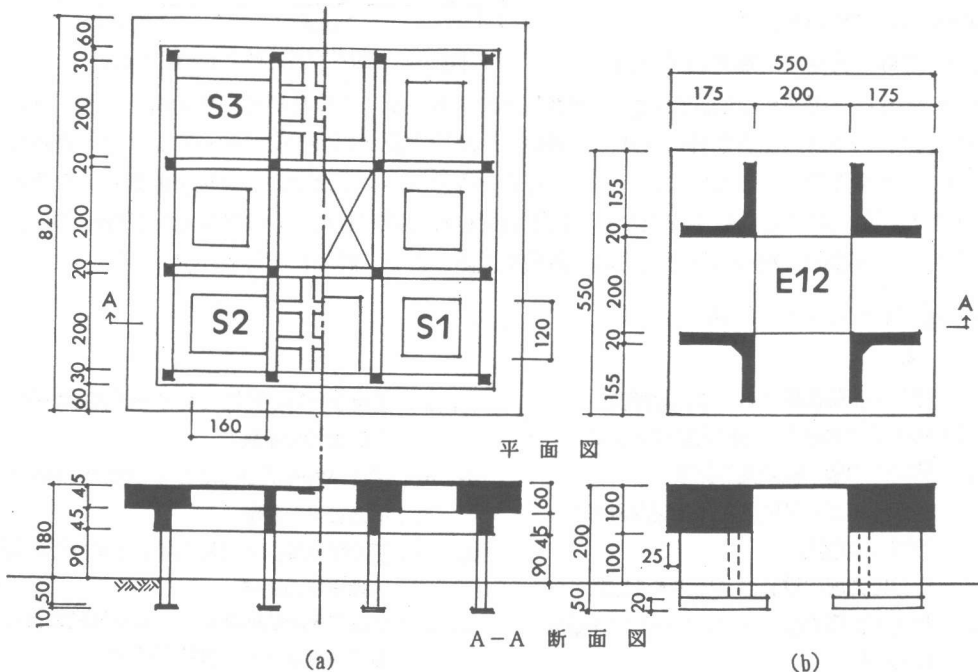


図-1 試験体の概要 (単位: cm)

て、修正Park法の周辺固定長方形版に対する適合性を検討したものである。

2 試験体と実験の概要

2.1 試験体の概要 試験スラブは図-1(a)に示すように短辺長を1.2mと一定にし、長辺を1.2m, 1.6m, 2.0mと変化させた辺長比1.0, 1.33, 1.67の矩形版3体である。各試験スラブの周辺補剛機構は、固定条件を満足させるため、特に圧縮膜作用に起因する極めて大きな水平反力に十分抵抗しうる強固な剛性をもつ9体1組の実験架構とした。また比較用として、補剛梁の変形挙動やき裂の状況から見て完全固定の状態にあることを確認した既報の試験体E12⁶を、図-1(b)に再掲した。

補強筋には直径4mm、縦横とも100mm間隔の溶接金網を用い、S1, S2, S3は丸鋼の単配筋、E12は異形鉄筋の副配筋である。実験終了後に計測した版厚と鉄筋位置を表-1に、使用材料の諸元を表-2に示す。ただし版厚は約40箇所、鉄筋は約50箇所の平均値である。

2.2 実験の方法 加力装置は図-2に示すように、梁交差部四隅の壁柱へ定着したアンカーボルトにH形鋼の反力梁をとりつけたもので、試験スラブの加力部分には薄く砂敷の上、載荷鉄板(12×200×200mm)をのせ、連動オイルジャッキを設置した。加力は、いずれも各辺四等分線の交点上での9点集中荷重による漸増載荷とした。加力による床版中央点たわみは歪形変位計で測定した。計測精度は1/100mmである。版上下面と周辺梁のき裂の進展状況は、各荷重段階において詳細に記録した。

3 長方形版の修正Park式

3.1 記号

- Z: 帯版の正降伏線における鉛直変位
- Δ : 終局時におけるZの最大値($=\mu d$)
- μ : 終局時の版中央点変形係数
- k_1 : 最大圧縮応力度位置を通る矩形表示塊と原塊の面積比
- k_2 : 圧縮応力塊の重心位置に関する定数
- k_3 : 最大圧縮応力度とコンクリートの圧縮強度との比
- ℓ : 辺長
- d : 版厚
- λ : 辺長比

表1 版厚と鉄筋位置の実測値

項目 試験体	版厚 (mm)	ℓ/d	縁からの鉄筋中心距離 (mm)	
			上端筋	下端筋
S1	32.0	37.5	20.8	—
S2	46.4	25.9	21.9	—
S3	42.0	28.6	23.3	—
E12	65.1	30.7	16.6	8.6

表2 材料の諸元

材料	試験体	S1	S2, S3	E12
コンクリート	圧縮強度 F_c kg/cm^2	245	230	254
	引張強度 σ_{ct} kg/cm^2	19.2	19.0	21.5
	弾性係数 E kg/cm^2	220	222	227
	ポアソン比 ν	0.19	0.19	0.20
溶接金網	降伏点強度 σ_y kg/cm^2	4,500	5,600	5,390
	破断強度 σ_t kg/cm^2	5,300	6,100	5,900
	弾性係数 sE t/cm^2	2,100	2,100	2,100
	伸び $\%$	13	16	21

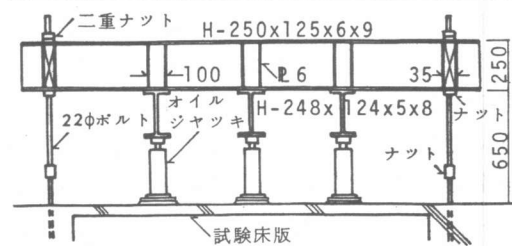


図-2 載荷装置詳細(単位: mm)

- n_{1d}, n'_{1d} : 正及び負降伏断面における圧縮縁から中立軸までの距離
- d_1, d'_1 : 正及び負降伏断面における引張鉄筋の圧縮縁までの距離
- d_2, d'_2 : 正及び負降伏断面における圧縮鉄筋の圧縮縁までの距離
- C_c, C'_c : 正及び負降伏断面における単位長さ当りのコンクリートの抵抗圧縮力
- C_s, C'_s : 正及び負降伏断面における単位長さ当り

の圧縮鉄筋の抵抗力

T, T': 正及び負降伏断面における単位長さ当りの引張鉄筋の抵抗力

N, N': 正及び負降伏断面の版中央面における単

位長さ当りの面内膜圧縮力

M, M': 正及び負降伏断面の版中央面に関する単位長さ当りの抵抗曲げモーメント

F_c: コンクリートの圧縮強度

3.2 断面力 床版中央線 C-C が,

図-3 のように原平面に対して Δ の鉛直変形をしたとき, x の位置にある塑性関節 B の変位が z なる y 方向帯版について考える。負降伏線上の版中央面に作用している膜力と曲げモーメント N' , M' は, 図-4 に示す断面力の釣合から次式となる。

$$\left. \begin{aligned} N' &= C_c' + C_s' - T' \\ &= k_1 k_3 F_c n_1' d + C_s' - T' \\ M' &= k_1 k_3 F_c n_1' d (0.5d - k_2 n_1' d) \\ &\quad + C_s' (0.5d - d_2') \\ &\quad + T' (d_1' - 0.5d) \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

また, 正降伏線上での軸力と曲げモーメント N , M も同様にして求められる。中立軸比 n_1' , n_1 , は両端部 A B 間の幾何学的条件と $N' = N$ から, 次のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} n_1' &= 0.5 \left(1 - \frac{z}{2d} + \frac{T' - T - C_s' + C_s}{k_1 k_3 F_c d} \right) \\ n_1 &= 0.5 \left(1 - \frac{z}{2d} - \frac{T' - T - C_s' + C_s}{k_1 k_3 F_c d} \right) \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

(2) 式を (1) 式に代入して帯版 AB の曲げモーメントの総和を求めると, 下式のようになる。

$$M + M' - Nz = \alpha + \beta z + \gamma z^2 \dots (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここに } \alpha &= 0.5 k_1 k_3 (1 - k_2) F_c d^2 - \frac{k_2}{2 k_1 k_3 F_c} (T' - T - C_s' + C_s)^2 \\ &\quad + C_s (0.5d - d_2) + C_s' (0.5d - d_2') + T (d_1 - 0.5d) + T' (d_1' - 0.5d) \\ \beta &= 0.25 k_1 k_3 (2k_2 - 3) F_c d + 0.5 (T' + T - C_s' - C_s) \\ \gamma &= 0.125 k_1 k_3 (2 - k_2) F_c \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

3.3 周辺固定 9 点集中荷重時の終局荷重 実験版解析のため, 周辺固定長方形版の 9 点集中荷重時の終局強度式を, 床版中央線 C-C に仮想変位を与えて, 上述の断面力と荷重による仕事の釣合から誘導する。ただし図 3 において, 正降伏線の固定辺との角度 θ は, 45° の場合と計算値との差は僅小であることが分っているので⁹, ここでは $\theta = 45^\circ$ とする。

a. $\lambda \leq 2$ の場合 帯版の正降伏線上における鉛直変位は, y 方向帯版が

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq x \leq 0.5\ell \text{ で } Z_x &= 2\Delta x / \ell \\ x \text{ 方向帯版が } 0 \leq y \leq 0.5\ell \text{ で } Z_y &= 2\Delta y / \ell \\ 0.5\ell \leq y \leq 0.5\lambda\ell \text{ で } Z_y &= \Delta \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

となり、回転は各帯版とも $2\Delta/\ell$ であるから、内力仕事 E_i は床版の $1/4$ 部分について

$$E_i = \int_0^{\ell/2} (\alpha y + \beta y z x + \gamma z x^2) \frac{2\Delta}{\ell} \cdot dx + \int_0^{\ell/2} (\alpha x + \beta x z y + \gamma z y^2) \frac{2\Delta}{\ell} \cdot dy \\ + 0.5(\lambda - 1)\ell \cdot (\alpha x + \beta x \Delta + \gamma \Delta^2) \frac{2\Delta}{\ell} \\ = \left\{ \lambda \alpha x + \alpha y + \left(\lambda - \frac{1}{2}\right) \beta x \cdot \Delta + \frac{1}{2} \beta y \Delta + \left(\lambda - \frac{1}{3}\right) \gamma \Delta^2 \right\} \Delta \quad \dots\dots\dots (6)$$

各辺四等分線の交点上に 9 点集中荷重が作用するときの外力仕事 E_o は、1 点当りの集中荷重を P 、スラブ自重を ω とすれば、床版の $1/4$ 部分について、

$$E_o = \frac{1}{2} P \times \frac{0.25\lambda\ell}{0.5\ell} \cdot \Delta + 1.5P \times \frac{1}{2} \Delta + \frac{1}{4} P \Delta + 2 \times \frac{1}{2} (0.5\ell)^2 \omega \times \frac{1}{3} \Delta + 0.5(\lambda - 1)\ell \times 0.5\ell \omega \times \frac{1}{2} \Delta \\ = \left\{ (1 + 0.25\lambda)P + \frac{1}{24} (3\lambda - 1)\ell^2 \omega \right\} \Delta \quad \dots\dots\dots (7)$$

内力仕事を外力仕事に等置して、 P について解けば、

$$P = \frac{1}{1 + 0.25\lambda} \left\{ \lambda \alpha x + \alpha y + \left(\lambda - \frac{1}{2}\right) \beta x \Delta + \frac{1}{2} \beta y \Delta + \left(\lambda - \frac{1}{3}\right) \gamma \Delta^2 - \frac{1}{24} (3\lambda - 1)\ell^2 \omega \right\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

となる。終局荷重 P_{ps} は $9P + \lambda \omega \ell^2$ であるから、次式のように終局荷重が求まる。

$$P_{ps} = \frac{36}{\lambda + 4} \left[\lambda \alpha x + \alpha y + \left\{ \left(\lambda - 0.5\right) \beta x + 0.5\beta y \right\} \Delta + \left(\lambda - \frac{1}{3}\right) \gamma \Delta^2 \right] + \left\{ \lambda - \frac{1.5(3\lambda - 1)}{\lambda + 4} \right\} \omega \ell^2 \quad \dots\dots\dots (9)$$

b. $\lambda \geq 2$ の場合 同様にして外力仕事は、

$$E_o = \left\{ \frac{3}{2} P \Delta + \frac{1}{24} (3\lambda - 1)\ell^2 \omega \right\} \Delta \quad \dots\dots\dots (10)$$

内力仕事は(6)式に同じであるから(10)式に等置して P を求めると、

$$P = \frac{2}{3} \left\{ \lambda \alpha x + \alpha y + \left(\lambda - \frac{1}{2}\right) \beta x \Delta + \frac{1}{2} \beta y \Delta + \left(\lambda - \frac{1}{3}\right) \gamma \Delta^2 - \frac{1}{24} (3\lambda - 1)\ell^2 \omega \right\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

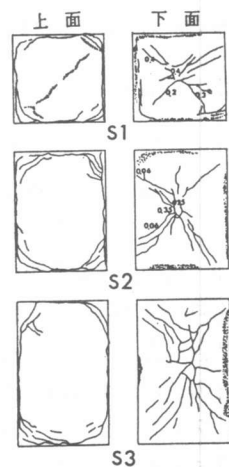
従って、終局荷重は次式のようになる。

$$P_{ps} = 6 \left[\lambda \alpha x + \alpha y + \left\{ \left(\lambda - 0.5\right) \beta x + 0.5\beta y \right\} \Delta + \left(\lambda - \frac{1}{3}\right) \gamma \Delta^2 \right] + 0.25(\lambda + 1)\omega \ell^2 \quad \dots\dots\dots (12)$$

4 実験結果の比較と考察

4.1 きれつについて 図-5 に崩壊時のきれつの様相を示す。S1 は正方形版に一般に見られるパターンと同様であり、S2, S3 の矩形版は、下面では等分布荷重状態における周知の短辺を底辺とする三角形と長辺を底とする台形状のパターンにほぼ近似していると言えよう。また各試験体とも、図に見られるような下面固定辺部におけるコンクリートの圧壊によって終局に至っている。周辺梁については、目視によるきれつは発見されなかった。

4.2 床版のたわみと終局荷重 図-6 は S1, S2, S3 各床版中央点における荷重・たわみ曲線の実験値と、著者らの修正 Park 法による終局荷重の計算値を比較して示したものである。また、先に完全固定状態であることを確認した E12 試験スラブの実験曲線と弾塑性解、および各種終局強度解析法による計算値(修正 Park 値, Park



記入数値は亀裂幅 (mm)
縦印は圧壊部分

図-5 終局時のきれつ

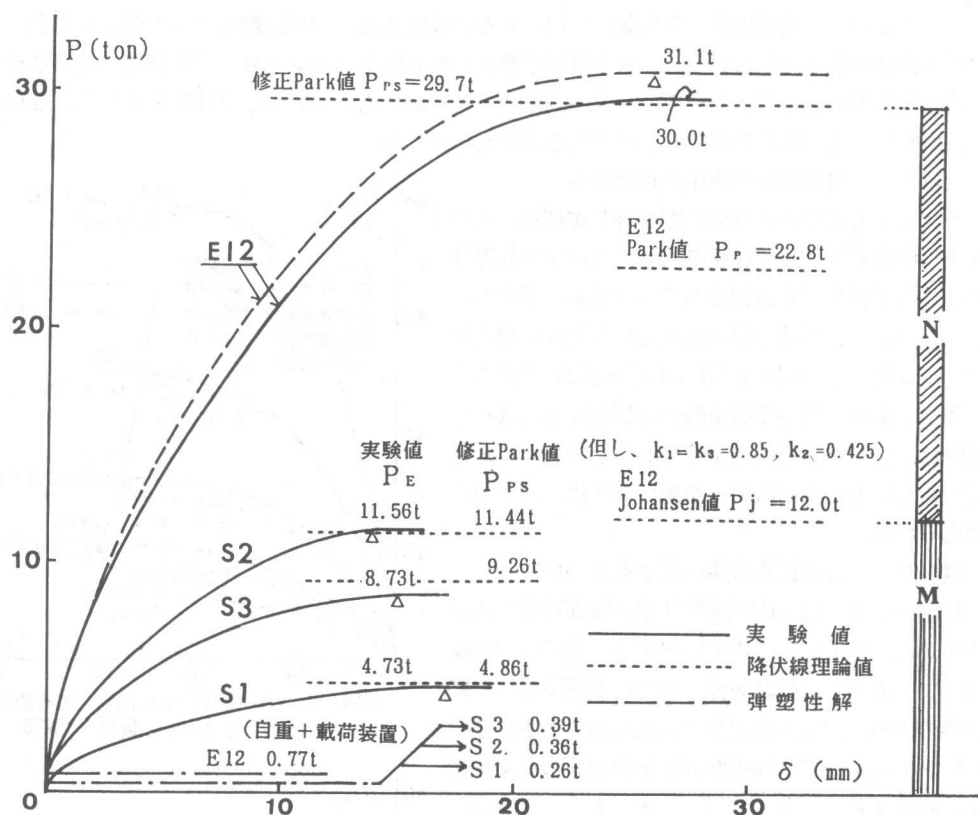


図-6 床版中央点の荷重・たわみ曲線

値, Johansen値)を図中に併記した。

a. 床版のたわみ 図-6の荷重・たわみ曲線中に、弾塑性解から得られた終局たわみの値を△印で記入したが、実験曲線もほぼこの近傍で終局状態に至っている。Park理論では、終局たわみをスパン・版厚比に関係なく版厚の $1/2$ と一定に仮定している。本実験結果によると終局たわみ△は、短辺スパン(ℓ)・版厚(d)比が37.5のS1試験体では版厚のほぼ $1/2$ であるが、 ℓ/d が28.6のS3が $\Delta \approx 0.35d$ 、 $\ell/d = 25.9$ のS2で Δ は0.3d程度となっており、終局たわみはスパン・版厚比の減少とともに小さくなることが知れる。

b. 終局荷重 図-6中に記入した長方形版シリーズS1, S2, S3の実験終局荷重 P_E と修正Park値 P_{Ps} を比較すると、その比 P_E/P_{Ps} はそれぞれ0.97, 1.01, 0.94となっており、修正Park法は、周辺固定の長方形版に対する実用終局強度解析法として、高い適応性を示している。なお周辺固定版E12の修正Park値は実験値に極めてよく一致しており、この実験・解析両者の対応度から考えてみても、本実験の長方形版はほぼ周辺固定の状態にあるものと言い得る。

一方、従来のJohansen値は周知の曲げ理論による終局強度であり、Johansen値は膜力無視の弾塑性解にほとんど一致することも知られており⁶、従って、修正Park値とJohansen値との差がほぼ面内圧縮膜力によって負担する荷重であると言い得る。すなわち、図中に併記したE12試験スラブの全耐荷力を表す修正Park値29.7tonのうち、曲げ負担分に相当するJohansen値 P_j は12.0tであり(図-6に柱状標記のうちのM部分)、これを除いた残りの部分17.7t(N部分)が膜力効果によるもので、終局時に膜作用で負担する割合は全耐荷力の約60%を占めている。

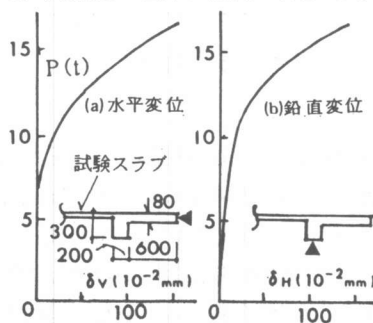
5 まとめ 周辺固定長方形版の終局たわみの実験値は、弾塑性解にほぼ近似しており、この弾塑性解による終局たわみと、日本建築学会RC計算規準のコンクリート圧縮応力塊形状係数を適用した著者らの修正Park値は、周辺固定の長方形版に対する終局強度解析法として、簡便かつ実用的にも高い精度を有するものであることを検証した。

付録1 終局時の床版中央点たわみ

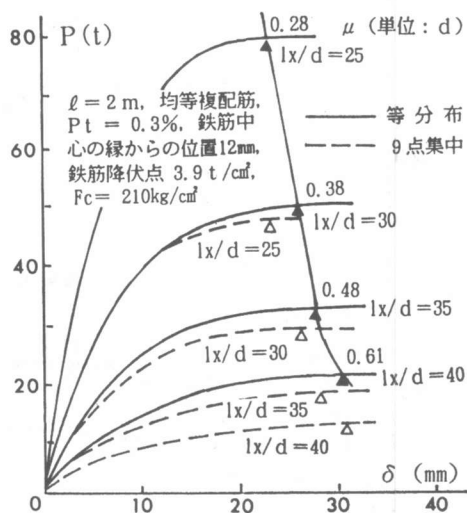
モデル正方形版により周辺固定等分布荷重、及び9点集中荷重時の弾塑性解を求め、スパン・版厚比別の最大荷重を示す最初のステップ点▲（等布）、△（集中）と終局時の版中央点変形係数 μ の値を付図-1に掲げる。同一 ℓ/d における各▲、△点の差は僅少である。等分布荷重時の辺長比による▲点の変動は、付図-2で見るようにわずかであり、矩形版に対しても正方形版の μ を用いて実用上は十分と考えられる。

付録2 周辺補剛機構の固定度について

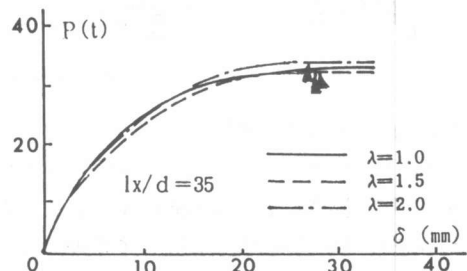
付図-3に、梁と版の剛性比率が実在建物に近い辺長2m、厚6.03cm、周辺に厚8cm、巾60cmの隣接スラブをもつ方形版試験体⁶の梁の変形を示す。終局時の変形は鉛直・水平共1.5mmもの大きさに達し、 P_E/P_{Ps} は0.72で、拘束度の低下は耐力の減少を示す。尚本文E12試験体の梁は、ゲージが風に当って振れる程の微小変形量で、E12は完全固定状態にあると見做しうる。



付図-3 E6版周辺梁の変形



付図-1 周辺固定床版の荷重・撓み曲線におけるスパン・版厚比の影響



付図-2 辺長比の異なる周辺固定版の荷重・撓み曲線の比較

- 参考文献 1) A. J. Ockleston; Load tests on a 3 story Reinforced Concrete building in Johannesburg, The Structural Engineer, Oct. 1955, PP. 304~322
 2) A. J. Ockleston; Arching action in reinforced concrete slabs, The Structural Engineer, Jun. 1958, PP. 197~201
 3) K. P. Christiansen, The effect of membrane stress on the ultimate strength of the interior panel in a reinforced concrete slabs, The Structural Engineer, No. 8, 1963,
 4) J. Schlich, Gewölbewirkung in durchlaufenden Stahlbetonplatten, Beton-und Stahlbetonbau, 11/1964, PP. 250~256, 12/1964, PP. 280~285
 5) R. Park, Ultimate strength of rectangular concrete slabs under short-term movement, Pro. Inst. Civil Eng. No. 6, 1964, PP. 125~150
 6) 坂尻, 日野, 土橋, 周辺拘束方形鉄筋コンクリート床スラブの終局強度について, 日本建築学会構造系論文報告集, 第403号, 1989, 9, PP. 57~65
 7) 土橋, 坂尻, 鉄筋コンクリート床版の終局強度について, 日本建築学会論文報告集, 第277号, 1979, 3, PP. 1~11
 8) 坂尻, 土橋, 周辺拘束RC等厚床版の終局強度と撓みに及ぼす諸要因について, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 1985, 10, PP. 345~346
 9) 坂尻, 土橋, 周辺固定長方形スラブの降伏線理論による終局荷重の精算値と略算値の比較, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 1987, 10, PP. 15~16