

論 文

[2050] コンクリート中のクラックの高速伝播と動的な破壊靱性

正会員○竹田 仁一（熊本工業大学）

正会員 高本 秀幸（熊本工業大学）

谷川 達彦（熊本工業大学）

1. まえがき

大地震などによる鉄筋コンクリート構造物の破壊は静的な破壊と異なり一瞬のうちに発生する。このような場合、静的な破壊とくらべ、クラックの形状、分布などには著しい違いは見られないがクラックの数はいくらか減じ、それらのうちのいくつかが急速に進展して全体の破壊をまねくという傾向が見られる。従って、このような場合の構造物の安全はクラックを対象とした破壊力学が適用されるのが当然であるが、現在のところまだ多くの問題が残されている。いま、この分野で多くの研究が蓄積されているのは静的な線形破壊力学であり、ここで必要とされる動的な破壊力学の研究は少ない。しかも、研究されているものも殆ど静的な状態から突然動的にクラックが拡大する場合であり、クラックの静止状態で既に高速に載荷されている場合は考慮していない。このような意味で高速載荷時のクラック拡大は新しい研究分野であるが、鉄筋コンクリート構造物の動的設計を完成させるためには是非解決しなければならない問題である。

2. 動的なクラック伝播

Griffith はクラック拡大に伴う弾性歪エネルギー解放量と、クラックの表面エネルギーの釣り合いからクラックが安定を保つ条件を求めたが、その安定が崩れた後クラックが拡大を始める過程は取り扱っていない。この過程では、クラック拡大に伴う運動エネルギー T がエネルギー保存式に入ってきた。つまり、外力の仕事 W 、歪エネルギー U 、非可逆的に消耗されるエネルギー D （表面ギップス自由エネルギー、塑性歪エネルギー等）の間に、次式が成立する。

$$W = T + U + D$$

この式から Mott¹⁾, Berry²⁾ 等はクラック拡大速度には上限があることを導き出したが、これらはクラックを取りまく応力状態を静的としており、動的な取り扱いはしていない。動的に拡大するクラック先端の応力が静的な場合と異なることを初めて見い出したのは Yoffe (1951)³⁾ である。

Yoffe はモード I のクラックをもつ無限平板中をクラックが種々の速度（定速）で運動するときのクラック先端部の応力解析を行い、先端部分の接線方向応力 σ_θ の大きさがクラック移動速度 v によって変化すること（図-1）、クラック移動速度の上限が横波速度 (C_2) であることを示した。

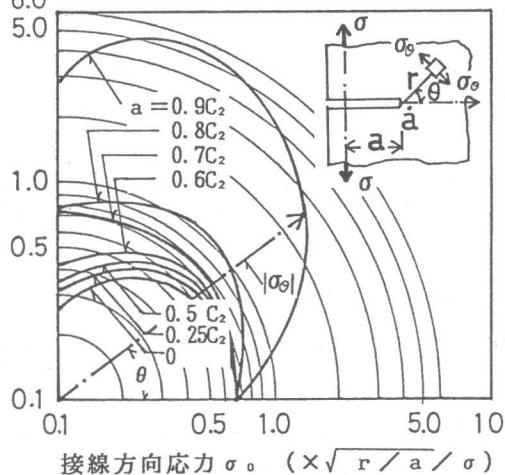


図-1 クラック先端の位置 (r, θ) における接線方向引張り応力のクラック運動速度 a 及び方向 θ による変化。 C_2 は横波速度。
(Yoffeの計算より作図)

図は Yoffe³⁾の計算結果から σ_θ の大きさを描いたもので θ 方向の矢印（長さが大きさに比例している）で示した。クラック運動速度（横波の伝播速度 C_2 に対する比として表している）が大きくなるに従い σ_θ の大きさが大きくなると同時にその最大になる方向が水平方向から次第に立ち上がるることが知られる。そのため、高速にクラックが拡大する場合、クラックの屈曲または枝別れが生ずることを Yoffe は推定した。筆者の一人はモード I のモルタル板の高速クラック拡大実験(3.1 参照)を行い、実際にクラックが屈曲することを示した(1982)^{4),5)}。クラックの動的拡大について Yoffe は横波速度をクラック拡大速度の上限と考えたが、その後 Broberg⁶⁾等の理論的研究から Rayleigh 波速度が上限であることが明らかになった。

Freund⁷⁾ (1972) はこれらの研究を念頭におき、静止状態にある無限平板中のモード I のクラックが突然速度 v (定速) で拡大する場合の動的応力拡大係数 $K(a(t), v)$ ($a(t)$ はクラック先端の位置) を静的な場合にならって

$$K(a(t), v) = \sqrt{2\pi} \lim_{x \rightarrow a(t)} \sqrt{X-a(t)} \sigma_{yy}(x, y=0, t) \quad (1)$$

と定義し、解析の結果、この係数が静的応力拡大係数 $K_s(a(t), v=0)$ との間に次の関係があることを明らかにした。

$$K(a(t), v) = k(v) \cdot K_s(a(t), v=0) \quad (2)$$

また、この場合の動的エネルギー解放率 $\mathcal{Q}(a(t), v)$ と静的な値 $\mathcal{Q}(a(t), v=0)$ との間にも次の関係

$$\mathcal{Q}(a(t), v) = g(v) \mathcal{Q}(a(t), v=0) \quad (3)$$

があることを示した。式 (2), (3) の $k(v)$, $g(v)$ は拡大速度 v の関数で、図-2 で表される。 V_R は Rayleigh 波の速度である。静的な K と \mathcal{Q} の間には平面歪の場合、次の関係

$$\mathcal{Q}(a(t), 0) = \frac{1-v^2}{E} [K_s(a(t), 0)]^2 \quad (4)$$

ν : ポアソン比, E : ヤング係数

があるから、式 (2), (3), (4) から

$$\frac{E\Gamma}{(1-v^2)[K_s(a(t), 0)]^2} = g(v) \quad (5)$$

が得られる。 Γ は動的エネルギー解放率の値で、一般的にはクラック長さと拡大速度の関数であるが、もし、これを一定であるとしても K_s の値はクラック長さ $a(t)$ とともに大きくなるから (5) 式及び図-2 の $g(v)$ の傾向からクラック長さが大きくなる程拡大速度が増大することが知られる。更に筆者等の実験⁸⁾によると、高速載荷のもとでは K_s が大きくなる(図-5 参照)のでこの傾向は一層著しくなる。

3. 実験と考察

実験は、以下に示すようにモード I 及びモード II の 2 種の試験体の実験からなっている。モード I の実験はモルタル及びコンクリートについて行ったがここではモルタル試験体の実験について報告する。

3.1 モード I の実験

試験体はセメント：砂 = 1 : 1.7(重量比)、水セメント比 0.5 のモルタル製で、厚さ 5 cm、図-3 中に示した形状で長さ $2a_0 = 7.5$ cm、開口量 0.05 mm のクラックを設けている。幅 W を 4 種類に変

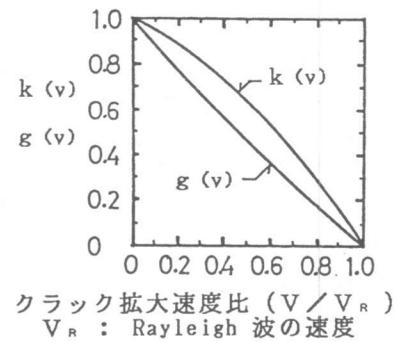


図-2 クラック拡大速度による $k(v)$, $g(v)$ の値の変化 (Freund)

化させ、中央部の孔に加力して引張り応力を与えた。載荷速度は静荷重、中速及び高速の三段階で、平均載荷速度はそれぞれ $7.0, 4.7 \times 10^4, 1.4 \times 10^6$ kgf/s である。この実験では荷重、クラック先端部の鉛直方向の歪（図のゲージ $G_a \sim G_f$ による）及びクラック拡大速度（電導塗料のグリッドで作ったクラックセンサーによる）を測定したが、測定には周波数帯域 DC-100 KHz の装置を使用した。

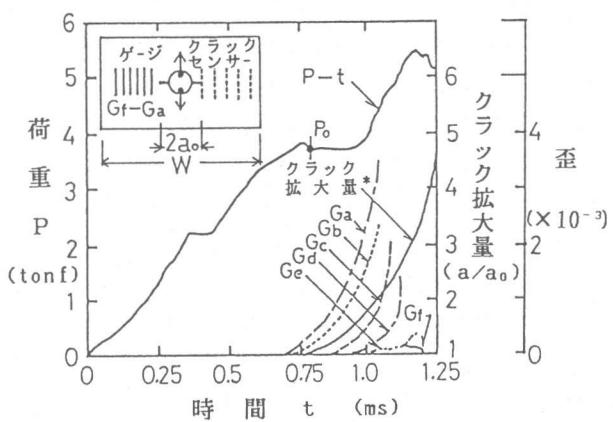
測定例を図-3に示した。図は高速載荷の場合であるが、他の載荷速度の場合も同様に、荷重 P がかなり上昇してからクラックの拡大が始まる。図-4はクラックが拡大を開始する以前の、クラック先端部分の歪分布の変化を載荷速度毎に比較したものである。図から同一荷重のもとにおけるクラック先端部分の垂直歪が載荷速度の大きい程小さいことが知られる。これは Yoffe 等の理論的研究によって知られたクラック先端部分の歪分布の変化とは全く無関係であり、載荷速度の変化だけで、既にクラック先端部分の歪が変化していることがわかる。一種の速度効果と考えられる。

このような影響がクラック拡大開始時にも表れるのは当然である。図-5はクラック拡大直前の荷重 P_c から次式³⁾で求めた限界応力拡大係数（破壊韌性） K_s である。

$$K_s = P_c / B \sqrt{W/2} \sin(2\pi a_0/W) \quad (6)$$

ここに B は板厚である。添字 s はクラック拡大開始直前は静的釣合にあったと考えられるので、静的応力拡大係数の意味で用いている。^(註) 図から K_s も載荷速度の影響をうけ、載荷速度が大きい程大きくなることが知られる。しかもその値が初期クラック長さと板巾との比の影響をうけて一定値にならないこともわかる。

再び図-3にもどり、クラック拡大中の状況に移る。この図の荷重・時間曲線 ($P-t$ 曲線) がクラック拡大中に $t \approx 1$ ms で再上昇していることが明瞭に認められる。また、この実験ではクラックは屈曲しながら拡大したが、このような現象が見られたのは高速載荷実験だけであった⁴⁾。図-6はクラック拡大中の速度と拡大長さとの関係を示しているが、拡



* クラックセンサーから求めた。
a : 拡大中のクラック長さ (片側について)
図-3 モード I, モルタル試験体による
クラック拡大実験の測定記録例
(高速載荷平均載荷速度
 1.44×10^6 kgf/s の場合)

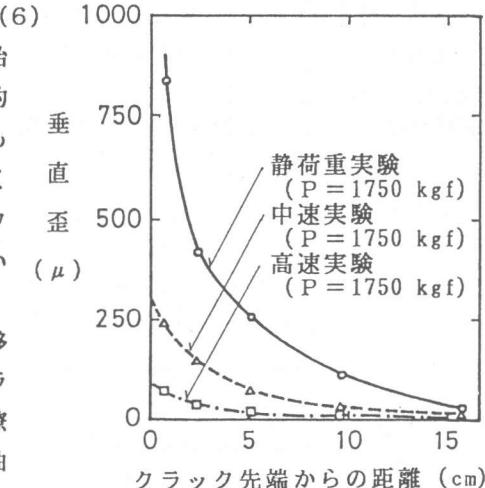


図-4 クラック先端部分の垂直
方向歪の分布 (クラック
拡大開始以前。載荷速度
による違いを示す。)

(註) ただし、上述したように高速及び中速載荷実験ではクラック先端の応力状態が静的載荷の場合と異なるので、Freund の使った K_s とは厳密には等しくない。

大長さの増大とともにクラック拡大速度が一様に大きくなる傾向がすべての載荷速度で認められる。また、クラック拡大速度は高速載荷の場合 1000 m/s に近くなることも図から知られる。このような高速のクラック拡大速度を支えるには大きな運動エネルギーが必要であり、そのため高速載荷実験で前述のような荷重の再上昇が発生し、またクラック先端部の応力分布が変化してクラックの屈曲が生じたものと推定される。

次にエネルギー解放率について検討する。前述の(5)式の $K_s(a(t), v=0)$ の代わりに、本実験の試験体の限界応力拡大係数 K_s (6)式で与えられる)を使うことができると仮定し、また Γ を初期クラック(長さ a_0)の拡大時のエネルギー解放率 ($a_0, v=0$) の γ 倍であると仮定すると式(5)と(6)から

$$g(v) = \left(\frac{\gamma P_c^2}{P^2} \right) \sin\left(\frac{2\pi a(t)}{W}\right) / \sin\left(\frac{2\pi a_0}{W}\right) \quad (7)$$

が得られる。 P_c, P はそれぞれクラック長さ

a_0 (初期長さ), $a(t)$ に対応する荷重である。高速実験の $a(t) = 22.5 \text{ cm}$ の場合をとると上の γ の値 (動的なエネルギー解放率と静的な値との比) は 1.66 になった。いくつかの仮定は入っているものの、おおよその大きさを示していると考えられる。

3.2 モードⅡの実験

試験体は、セメント:砂 = 1 : 3.0 (重量比), 水セメント比 0.6~0.65 のモルタル製で図-7 に示すように、二面せん断のためのモードⅡの試験体である。長さ 1 cm, 2 cm, 3 cm の 3 種の初期クラック (開口量を 0.05, 0.08, 0.1 mm とした) を設けておき、水中養生 4 週間の後、実験室内に保存した。実験は静荷重及び衝撃の二種であり、静荷重実験はリレーフ形油圧試験機、衝撃実験は既報の応力波透過式衝撃試験機¹⁰⁾によって行った。実験時の材令は 274 日 ~ 369 日で、静的圧縮強度は平均 335.9 kgf/cm^2 であった。

計測は二種の実験ともモードⅠの場合と同じ性能の装置を使用し、載荷用

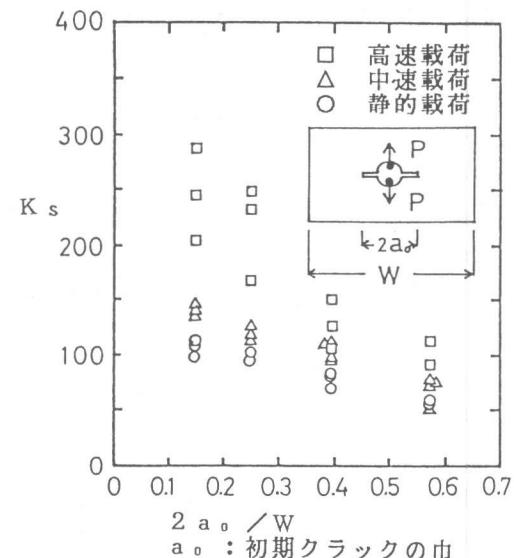


図-5 モードⅠ, モルタル試験体の実験におけるクラック拡大開始直前の荷重から求めた静的応力拡大係数 K_s 。載荷速度とクラック巾による変化

(註) 平均荷重速度：
高速載荷 $1.4 \times 10^6 \text{ kgf/s}$
中速載荷 $4.7 \times 10^4 \text{ kgf/s}$
静的載荷 7.0 kgf/s

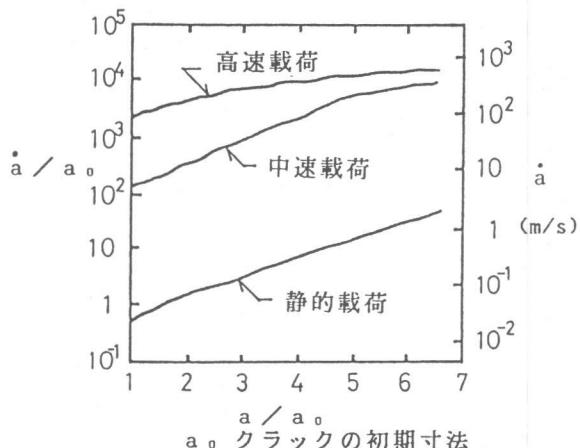


図-6 クラック拡大量 (a/a_0) と拡大速度 a の関係 (モードⅠ, モルタル試験体の一例)

鋼柱（静荷重実験の場合は $30 \times 30 \times 100\text{mm}$, 衝撃実験の場合は $30 \times 30 \times 1200\text{mm}$ ）の示す応力、鋼柱の変位（カマン式変位計による）及び試験体のクラック拡大の時間的変化（クラックゲージ使用）を測定した。図の CG₁, CG₂, CG₃, CG₄ は初期クラック先端部に貼り付けたクラックゲージで、CG₁ 及び CG₂, CG₃ 及び CG₄ はそれぞれ異なる初期クラック上に連続した位置にある。図の試験体上部に接している鋼柱は衝撲実験の場合を示してあるが、その中の SG₄（縦方向）は鋼柱下端から 5 cm の位置に貼ったゲージである。

静荷重実験における計測例を図-8 に示した。図から荷重 P がかなり上昇してからクラックの拡大が始まることが知られる。また、鋼柱の変位 δ (試験体上端の変位に等しい) の増加速度はクラック拡大速度の $1/100$ 程度に過ぎないことも知られた。この実験でクラック拡大中に大きな荷重増加が生じていることはモード I の場合と著しく違っている。

いま、仮に無限平板の式からこの場合の応力拡大係数 K_{II}s (破壊韌性) を求めると、

$$K_{II}s = \sqrt{\pi a_0} P_c / 2 \times 3 \times (8 - a_0) (\text{kgt} \cdot \text{cm}^{-\frac{3}{2}}) \quad (8)$$

ここで a_0 は初期クラック長さ、 P_c はクラック拡大直前の荷重である。図-9 は $K_{II}s$ と a_0 の関係である。この場合も $K_{II}s$ は定数とはなっていない。

衝撲実験の計測例を図-10 に示した。図から知られるように、鋼柱から試験体に応力波が透過した後、200 μs 程度経過するまでは鋼柱の移動は開始されない。計測記録中のクラックゲージの記録を見ると、クラック拡大が必ずしも初期クラックから開始されるとは限らないが、連続した 2 枚のクラックゲージを順次切断して行く記録から求めたクラック先端位置の時間的変化の例を図-11 に示した。図には比較のため鋼柱の変位も画いたが、両者の単位を比べれば明らかなように、実験のクラック拡大が鋼柱の移動によって強制されたものでないことが知られる。また、鋼柱の移動速度は約 5.5 m/s であるのに対し、クラック拡大中の平均速度は約 1000 m/s であることもわかる。一方、18 個の試験体について行った上述の静荷重実験におけるクラック拡大速度は平均 $3.7 \times 10^{-4} \text{ m/s}$ であった。

4. 結論

- コンクリート中のクラック拡大に関するモード I の実験によると、クラック拡大以前、クラック先端の応力分布は既に載荷速度の

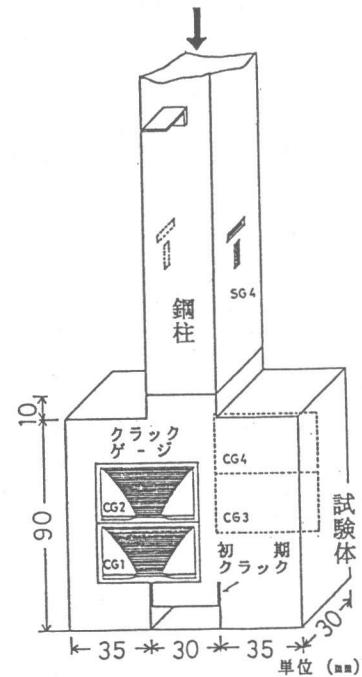


図-7 モード II の試験体及びゲージ張付け位置

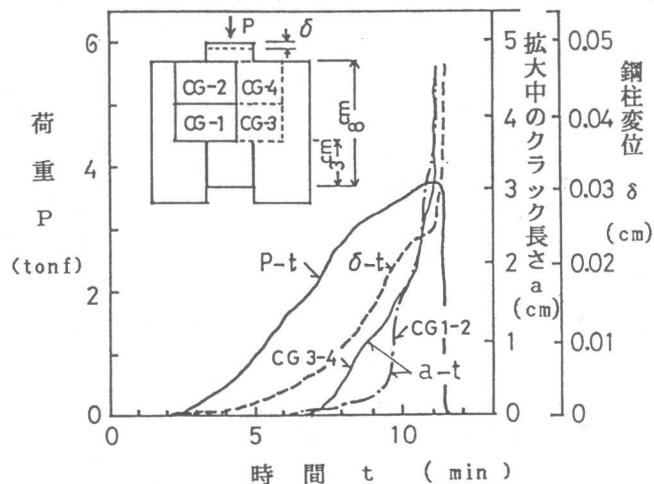


図-8 静荷重実験の計測例 (3008-5)

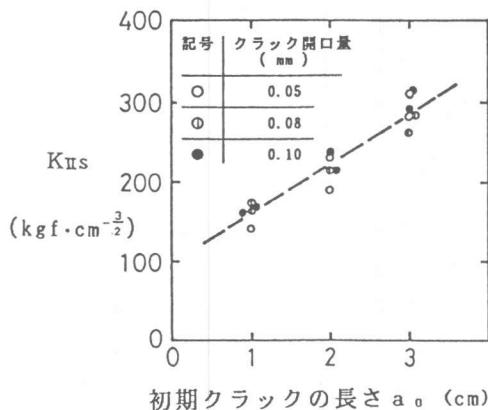


図-9 モードⅡの静荷重実験における限界応力拡大係数 K_{IIs} と初期クラック長さの関係
(無限平板として計算)

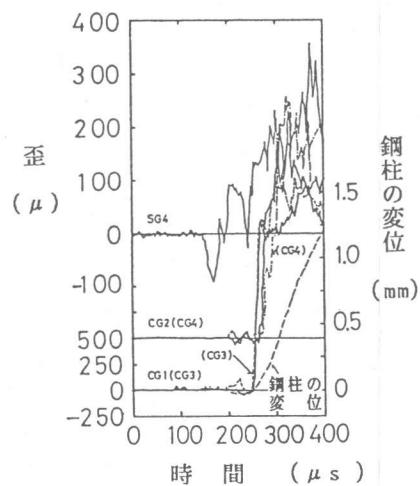


図-10 実験計測例 (3008-3)

影響をうけて変化しており、限界応力拡大係数(破壊革性)も、載荷速度の大きい程大きい。

2. クラック拡大中の速度も載荷速度の大きい程大きく、高速載荷の場合、最高速度は 1000m/s に近くなっている。
3. モードⅡの静荷重実験から求めた限界応力拡大係数は初期クラックの長い程大きい。クラック拡大中に荷重の上昇が見られたが、これはモードⅠの静荷重実験では起きなかったことである。
4. モードⅡの衝撃実験では極めて大きなクラック拡大速度(約 1000 m/s)が測定された(図-11)。

参考文献

- 1) N. F. Mott; Engineering 165, 1948. 16
- 2) J. P. Berry; J. Mech. Phys. Solid, 1960, Vol. 8, 194 ~ 206
- 3) E. H. Yoffe; Phil. Mag., 1951, Vol. 42, 739 ~ 750
- 4) J. Takeda; MRS-Sympo. on Strain Rate Effects on Fracture of Cement-Based Composites, Boston, 1985.
- 5) J. Takeda, et al.; Proc. Int.-Asso. Sympo. on Concrete Structures Under Impact or Impulsive Loading, Berlin, BAM, 1982, S-2, 83-91
- 6) K. B. Broberg; Arkiv för Fysik, Band 18 nr 10, 1960, 159 ~ 192
- 7) L. B. Freund; J. Mech. Phys. Solid, 1972, Vol. 20 129 ~ 140, 141 ~ 152
- 8) 竹田外;セメント技術年報 33 昭 54, 417-420
- 9) C. E. Kesler, et al.; Proc. 1st. Int. Conf. on M. B. M. Kyoto, 1972, Vol. IV, 113~124
- 10) 竹田外;日本建築学会大会 (東海) 昭60, 375-376

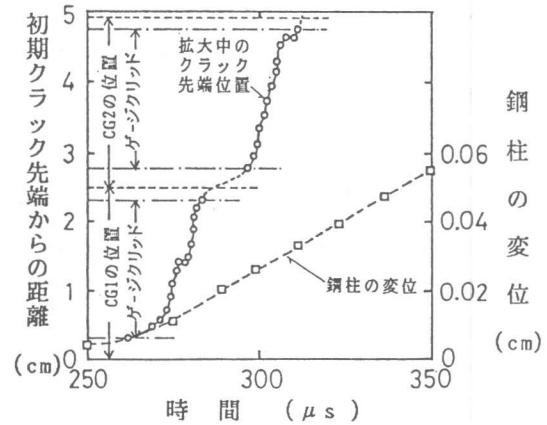


図-11 モードⅡの実験における拡大中のクラック先端位置と時間及び載荷用鋼柱の変位と時間の関係の例。