

[2018] せん断変形を伴うコンクリート破壊域の軟化特性と構成式

正会員 ○李 宝 祿 (東京大学大学院)

LIM Teng Boon (PCS Singapore)

正会員 前川 宏一 (東京大学工学部)

1. はじめに

少数のひびわれが鉄筋コンクリート(以下, RCと呼ぶ)の破壊性状に大きく関連している場合、変形が局在化しているひびわれ領域を接合要素に置き換えて有限要素解析が行われる(図1参照)。従来の接合要素構成式の多くは専らひびわれ領域に直交方向の変形のみを取り扱ったものがほとんどであった⁽¹⁾。しかし、RC部材のせん断ひびわれ破壊域では、さらにひびわれに平行な方向のせん断変形が加わる。

本研究では、コンクリートに発生するひびわれ領域に対して、せん断変形を伴う状況下で巨視的なひずみ軟化モデルを提案し、せん断膨張性状と経路依存性について検討を行った。なお、現象の理解を深める意味で、モルタルの挙動を併せて検討し、接合要素のための構成式導出を行った。

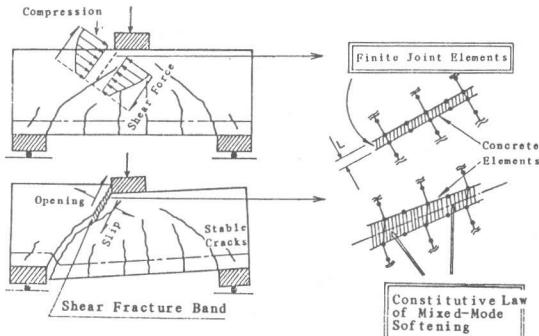


図1.離散ひびわれモデル

2. 圧縮-せん断応力をうけるコンクリートの変形特性

せん断変形を伴う破壊域がRC構造物に発生する場合、破壊域平行方向のせん断応力以外に、破壊域直交方向に圧縮応力が作用しているのが一般的である(図1参照)。また、破壊域のせん断変形とともに、圧縮応力作用下においてもひびわれ幅の増加(せん断膨張)が伴われる。本研究では、以上の現象を呈する有限のせん断破壊域Lを解析の対象とし、領域幅Lを解析における接合要素幅に等しいものと定義する。

単位長さ、単位厚さ当たりのせん断破壊域の変形は、領域内に導入された微小クラックによる不連続変形と、それ以外の連続域の変形の和として定義されると考えられる(図2参照)。

$$\begin{aligned} d\delta &= d\delta_c + d\delta_d \\ d\omega &= d\omega_c + d\omega_d \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 δ と ω はせん断破壊域L全体のせん断及び開口変形を意味し、 δ_c と ω_c を連続域による変形成分、 δ_d と ω_d を不連続域による変形成分と定義する⁽²⁾。

図3の試験方法で得られる、一定の圧縮応力下での代表的なせん断応力-せん断変形及

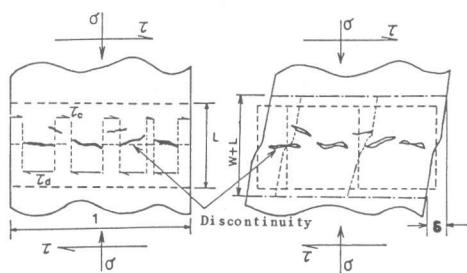


図2. 破壊域のモデル化

び対応するせん断ひびわれ開口変位を図4に示した⁽¹⁾。ここで、せん断破壊域の変形モードを、(1)連続モード、(2)遷移モード、(3)不連続モードに大きく分けることができる。連続モードは、全変形に対して連続成分が卓越している状態を意味し、応力-変形関係は線形かつせん断膨張は観察されない。逆に不連続モードでは微小ひびわれが領域内に卓越するため、連続成分の全体変形に占める割合が小さい状態に対応し、せん断応力-変形関係は完全塑性挙動にはほぼ等しい。そこで、本研究では、軟化挙動の両極に位置する(1)と(3)の両モードの挙動をまず定式化した。さらに、両者の中間に位置する遷移モードの挙動を連続モードと不連続モードの加重平均としてモデル化することで、遷移領域で卓越する軟化挙動とせん断膨張を表現する方法を採用したのである。

2.1 連続モードの変形メカニズム

連続域の変形成分は、連続体の構成式と作用応力によって記述される。せん断破壊域に作用する応力が一様に連続域に作用すると仮定し、連続モードでせん断膨張が現れないことを勘案して、次式を連続領域の構成式とする。

$$\delta c = L \frac{\tau}{G}$$

$$d\delta c = L \frac{d\tau}{G}$$

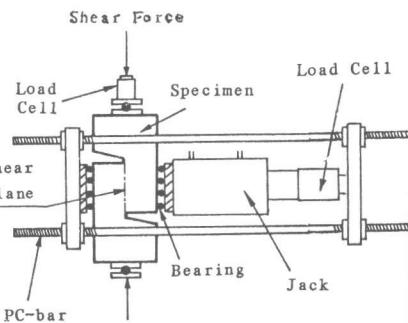


図3. 実験方法

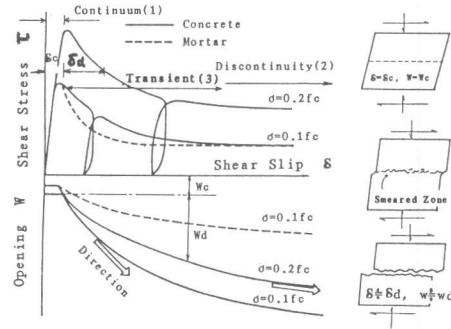


図4. 破壊域のひずみ軟化特性

勘案して、次式を連続領域の構成式とする。

$$\omega c = L \frac{\sigma}{E}$$

$$d\omega c = L \frac{d\sigma}{E} \quad (2)$$

ここで、EとGはそれぞれ弾性圧縮、せん断剛性(Young's Moduli)である。

コンクリートのせん断破壊域の発生基準については多くの研究が行われているが^(4,5)、本研究ではクーロン型破壊基準を不連続変位成分($\delta d, \omega d$)の発生条件として採用した。図5は、図3の実験方法から得られたコンクリート、モルタルのせん断軟化開始点を表す。本モデルでは、実験結果より以下の関数を採用した。

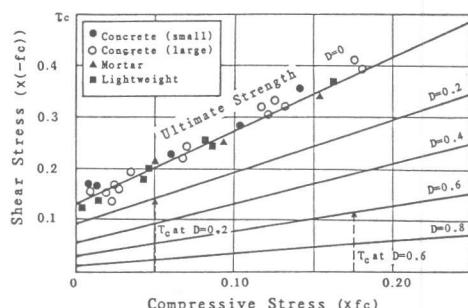


図5. せん断軟化包絡線

$$\frac{\tau}{f_c} = A + B \frac{\sigma}{f_c}, \quad A=-0.14, B=-1.37 \quad (3)$$

ここで、 τ と σ は作用せん断応力と圧縮応力（負）を示し、 f_c は圧縮強度（負）を示す。式(2)はモルタル、軽量コンクリート、普通コンクリート共通に適用可能である。また、供試体寸法にも依存しないことが実験的に確認されている^(1,4)。

2.2 不連続モードの変形特性（摩擦挙動）

式(3)で表される耐力以後にせん断軟化特性とせん断膨張が現れる。この間に微小ひびわれが進展し、せん断破壊域の幾何形状が変化すると考えられる。せん断変形が十分進行すると、せん断応力の低下とせん断膨張が緩和され、クーロン摩擦に代表される完全塑性挙動を呈する不連続モードに達する。不連続モードでせん断変形が進行している際の作用せん断応力と圧縮応力の関係を図6に示したところ、両者には以下の関係が成立することが認められた。

$$\tau = \mu \sigma \quad (\mu = 1) \quad (4)$$

軟化挙動の極限に於てなお応力伝達能力を持つ点が、開口変位モードのみの軟化挙動と異なる点である。式(4)は不連続モードにおける塑性関数に相当する。面が完全に分離している状態に相当するので、式(3)で現れた粘性項 A はここでは消失している。この領域では、不連続変位成分が全体変形の殆どを占めている。

3. ひずみ軟化域のモデル化

せん断軟化性状は、連続体としての性状が徐々に薄れ、摩擦挙動が漸次卓越する遷移過程と理解される。そこで、せん断破壊域に作用するせん断応力を、摩擦挙動で負担される成分と連続体として負担される成分の和として概念的に表現し、摩擦挙動が全体のせん断負担に占める割合を摩擦率 D で表すことと、過渡領域の挙動を統一的に表現する方法を試みた。D=1 の状態を完全不連続モードと定義し、このとき、式(4)が成立する条件から、以下の構成式を用いることにした。

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_c + \tau_d & \tau_d &= D \mu \sigma \\ d\tau &= d\tau_c + d\tau_d & d\tau_d &= D \mu d\sigma + \mu \sigma dD \end{aligned} \quad (5)$$

τ_c と τ_d はせん断破壊域の連続域及び不連続ひびわれ域が分担するせん断応力で、 τ はせん断破壊域に作用するせん断応力である。但し D=1 のとき、 $\tau_c=0$ を満足しなければならない。軟化過程における状態量 D と、せん断応力成分の変化を模式的に表現したものが図7である。

3.1 載荷ポテンシャル

連続域の負担可能なせん断応力 τ_c は D=0 の場合、式(3)を満足する。一方 D=1 の場合、定義より $\tau_c=0$ となる。ここで、任意の摩擦率 D に対応する状態において、連続領域の材料が負担

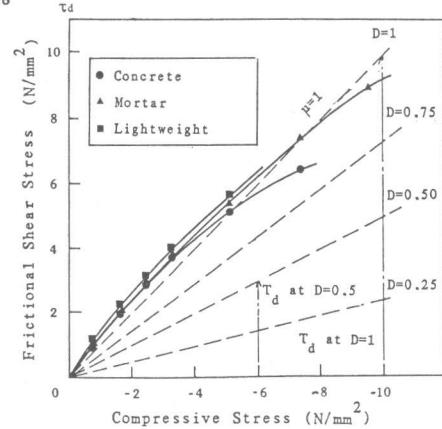


図6. 非連続域での摩擦特性

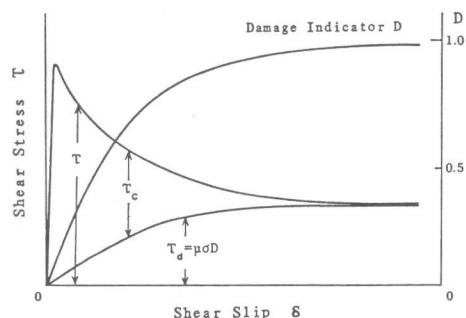


図7. 摩擦率 D の定義

可能なせん断応力成分を定量化する必要がある。そこで、本研究では任意のせん断破壊状態 D に対応するせん断成分の満たす条件を、簡単に $D=1$ と $D=0$ の内挿で巨視的に表現することにした。

$$Z = Z(\tau_c, \sigma, D) = \tau_c - B(1-D)[\sigma + (1-D) \frac{A f_c}{B}] = 0 \quad (6)$$

$Z < 0$ の場合（除荷領域）、せん断破壊域の状態 D は変化せず、連続域の変形のみが作用応力に従って変化する（式(2)参照）。この意味で、式(6)は塑性論における載荷ポテンシャルに匹敵する。したがってせん断軟化が進行する条件は $Z=0$ であり、このとき、 τ_c と D の増分間には次式の関係が成立しなければならない。

$$dZ = \frac{\partial Z}{\partial \tau_c} d\tau_c + \frac{\partial Z}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial Z}{\partial D} dD = 0 \quad (7)$$

関数 $Z(\tau_c, \sigma, D)$ は破壊状態を代表する摩擦率 D の定量的な定義を与えるものと理解される。

3.2 非回復性変形の進行

微小ひびわれに起因するせん断変形成分は、実験からも非回復的な塑性成分と考えることができる（図4参照）。この塑性変形を構成式で記述する場合、せん断破壊域の損傷の程度を代表する摩擦率 D との関連を考慮しなければならない。 $D=0$ に於て定義より $d\delta=0$ であること、 $D=1$ においてせん断剛性は 0 となることを考慮して、以下の関係式を実験結果との対応から採用した。

$$\delta d = J \tan\left(\frac{\pi}{2} D\right) \text{ あるいは、 } d\delta d = N dD = \frac{\pi}{2} J \sec^2\left(\frac{\pi}{2} D\right) dD \quad (8)$$

図4に示されているとおり、モルタルの軟化速度はコンクリートに比較して速いことが分かる。 J はコンクリートの種類に依存する定数で、せん断軟化の速度を規定する。関数 N は塑性進行の速度を意味する。式(8)は、塑性論における硬化則に対応するものである。

さらに、流れ則に対応するものとして、ひびわれ開口変位を含む非連続変位成分の流れ方向($d\delta d, d\omega d$)を定める必要がある。

実験によって得られたせん断軟化途上における流れ方向を、応力面上に摩擦率とともに示したもののが図8である。せん断破壊域の破壊が進行するにつれ、不連続変位成分の方向が変化する。但し、載荷関数 Z の包絡線と流れ方向には直交則は成立しないことが実験的に認められる。そこで、本モデルにおいて、塑性流れ方向をせん断膨張関数 Q で代表させてモデルに組み込むことにした。

$$\frac{d\omega d}{d\delta d} = Q = 7 \frac{k_1}{c} e^{-k_2 \delta d^{1/c}} \delta d^{(1/c-1)} \quad (9)$$

$$k_2 = k_1 + \sigma/k_2$$

k_1, k_2, c は材料係数である。特に、係数 c はせん断破壊面の形状に起因する係数である。モルタルのように面の形状が比較的に平滑な場合はせん断膨張は小さく、係数 c は大きくなる。

3.3 せん断ひびわれ破壊域の軟化構成式

式(1,2,5,7,8,9)からなる線形微分連立方程式を解くと、せん断応力-圧縮応力とせん断ずれ-ひびわれ幅の間に成立する軟化構成式を得ることができる。

$$\begin{Bmatrix} d\tau \\ d\sigma \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\delta \\ d\omega \end{Bmatrix} \quad (10)$$

$$S_{11} = \frac{G}{L} \frac{H_1 - H_2}{H_1}, \quad S_{12} = \frac{G}{L} \frac{H_3}{H_1}$$

$$S_{21} = -\frac{E Q}{L} \frac{H_2}{H_1}, \quad S_{22} = \frac{E}{L} \frac{H_1 + Q H_3}{H_1}$$

ここで、
 $H_1 = E Q N \left[\frac{\partial Z}{\partial \sigma} - \mu D \frac{\partial Z}{\partial \tau_c} \right] + (\mu \sigma L + NG) \frac{\partial Z}{\partial \tau_c} - L \frac{\partial Z}{\partial D}$
 $H_2 = N G \frac{\partial Z}{\partial \tau_c}, \quad H_3 = E N \left(\mu D \frac{\partial Z}{\partial \tau_c} - \frac{\partial Z}{\partial \sigma} \right)$

N と Q はそれぞれ式(8,9)で定義された塑性率と塑性方向を代表する関数である。せん断破壊域 L は、接合要素幅に等しく設定されなければならないが、それ以外は設定条件はない。接合要素幅 L を変えると、連続域の変形の全体変形に占める割合が変化する。ただし、不連続変形成分が卓越するので、要素幅 L はせん断破壊域全体の変形には鋭敏に影響しない。除荷領域においては、 $Z<0$ となるため、 $N=0$ を式(10)に代入することで、次式を得る。

$$\begin{Bmatrix} d\tau \\ d\sigma \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G/L & 0 \\ 0 & E/L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\delta \\ d\omega \end{Bmatrix} \quad (11)$$

式(11)は、弾性挙動に対応する接合要素の構成式に一致していることが分かる。

3.4 モデルと実験との照合

本モデルによる予測値は、式(10)を逐一積分することで計算される。ここで、摩擦率 D は履歴に依存する量である。したがって荷履歴の違いは摩擦率に反映され

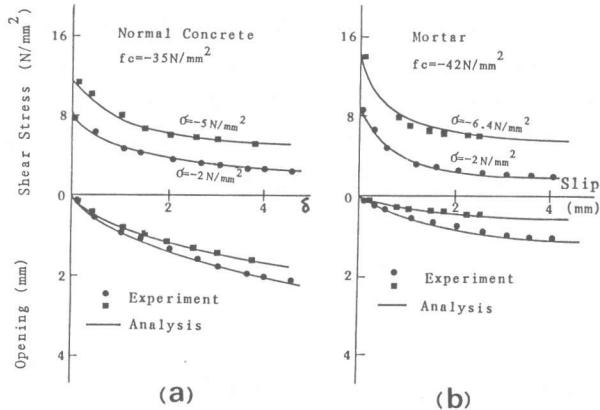


図9. 一定圧縮応力経路での検証

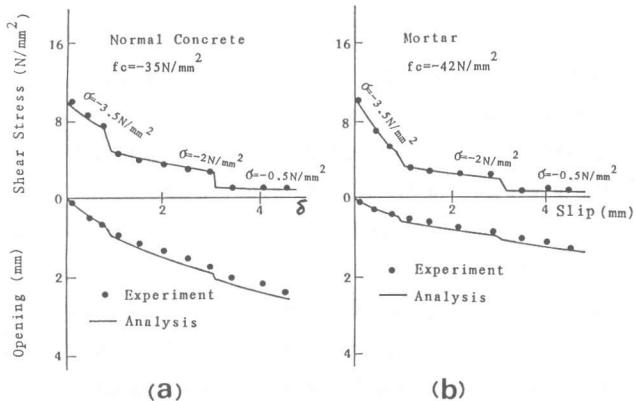


図10. 変化する圧縮応力経路での検証

る。解析において、 D は式(7)を逐一積分することで、載荷経路に応じて変化する。

図9(a,b)は圧縮応力一定の条件でのせん断軟化過程を、普通コンクリートとモルタルについて表したものである。また図10(a,b)はせん断ひびわれが発生した後に圧縮応力を変化させる経路での変形特性を示す。いずれも軟化性状、せん断膨張、材料の違いを精度よく予測されていることが分かる。なお、モデルに使われた実験係数は表1に示されたものを使用した。ここで、軽量コンクリート、高強度コンクリートの挙動は、モルタルの材料係数をそのまま使用して予測できることが、実験的に確認されている。これはせん断破壊面が以上の3者でほぼ等しいためと思われる。

4.まとめ

せん断変形を伴うひびわれ破壊域の軟化挙動を摩擦挙動と連続体としての挙動に整理して、離散ひびわれモデルにおける接合要素のための構成式導出を試みた。

最大せん断応力に達したコンクリートは、ひびわれの進展とひびわれ面の形状の変化によって、連続体から非連続体に徐々に変化していく。この変化率を状態量 D によって表現する手法を提案した。更に状態量 D によって、微小ひびわれに起因する不連続変位成分の進行速度ならびに進行方向を表現することで、履歴依存型の増分構成式を得た。

適用材料としてはコンクリート、モルタルを挙げ、材料定数をそれぞれ表1に提示した。なお、軽量コンクリート、高強度コンクリートの材料定数は、モルタルのそれと等しいとしてよいことが確認された。

【謝辞】

本研究を行うにあたり、東京大学 岡村 甫 教授より貴重な示唆を頂いた。ここに深謝の意を表する。なお本研究は三菱財團研究助成金及び昭和61年文部省科学研究費補助金(No.61420035)の一部を受けて行ったものである。

【参考文献】

- 1). LIM,T.B. LI,B.L. and MAEKAWA,K., "Shear Fracture and Deformation of Concrete Subjected to Combined Effect of In-Plane Shear and Normal Compression", 41st Annual Conference of JSCE, 5, Kyushu, 1986, p.241,
- 2). BAZANT,Z.P., "Microplane Model for Strain-Controlled Inelastic Behavior", Mechanics of Engineering Materials, Ed. DESAI, C.S., John Wiley & Sons, 1984.
- 3). HORII,H. and NEMAT-NASSER,S., "Overall Moduli of Solids with Microcracks", Load-Induced Anisotropy, Jour. of Mech. and Physics of Solids, Vol.31, No.2, 1983.
- 4). AOYAGI,Y. and YAMADA,K., "Strength and Deformational Characteristics of Reinforced Concrete Shell Elements Subjected to In-Plane Stresses", Con. Lab. of JSCE, 1984.
- 5). MATTOCK,A.H. and HAWKINS,N.M., "Shear Transfer in Reinforced Concrete Recent Research", PCI, Vol.17, No.2, p.55, 1972.

表1：使用された諸係数

Parameters	Normal Concrete	Mortar
J in Eq.(8)	0.2	0.1
k1 in Eq.(9)	0.065	0.028
k2 in Eq.(9)	2250	4400
c in Eq.(9)	2	3