

[2] クラックひずみ法によるマスコンクリートの温度クラック解析

正会員 ○山下 裕 司 (名古屋大学大学院)

正会員 田 辺 忠 顕 (名古屋大学工学部)

1. はじめに

マスコンクリートの施工時における温度応力の発生メカニズム、並びにその推定手法の開発が精力的になされており、かなりの成果が上がりつつある段階と考えられる。本研究では、更に一步進めて、マスコンクリートの温度応力のクラック幅制御に関する第一段階を報告したい。

温度応力を解析する目的は、温度応力クラックの発生、クラックの性状等を予測するということであるが、従来、精密な温度応力の算定から、クラック発生の有無、クラック幅等を一貫して解析することはほとんど行われていなかった。また、コンクリート構造物の温度分布、温度応力の解析手法には、従来、2次元問題に理想化して解析を行うものが多いが、実際の現象は3次元であり、特に壁体、ボックスガダー等の一方向に長い構造物に対しては、2次元的な解を求めても意味を成さないという欠点があった。

本研究はこれらの点を考慮に入れ、長手方向の温度分布、並びに応力分布をフーリエ級数により近似することによって長手方向には分割する必要がない有限プリズム法を用いて温度分布、温度応力解析を行い、これにクラックひずみ法という新しい概念を導入し、温度応力クラックの発生、分布、幅等の解析も同時に行おうというものである。具体的な計算では、有限プリズム法によって算出した温度応力分布から、引張許容応力以上の応力の発生する点で応力が0となるようなクラックひずみを与えることによってクラックの進展、クラック幅等の算出を行なっている。

2. 解析手法の概要

2.1 温度分布解析

図-1のような四角形プリズム要素を考え、それぞれの節点のZ方向の温度分布増分 $\Delta\phi_i$ ($i = 1 \sim 4$) を

$$\Delta\phi_i = \psi_{i,0} + \sum_{m=1}^{\infty} \Delta\psi_{i,m} \sin \frac{m\pi z}{l} \quad (1)$$

というフーリエ級数で仮定する。ここで、(1)式は通常のSIN関数に定常項を1つ入れているのが特徴である。これにより、このプリズム要素全体の温度分布増分 $\Delta\phi$ は N_i を X, Y に関する形状関数として、

$$\Delta\phi = \sum_{i=1}^4 N_i \Delta\phi_i \quad (2)$$

と表わすことができる。図-1において、節点2、3を含む面においてのみ外部との熱対流が起こるとすれば、A線上の温度分布増分 $\Delta\phi_s$ は、

$$\Delta\phi_s = \frac{d}{L} \phi_1 + \frac{L-d}{L} \phi_2 \quad (3)$$

となる。この温度分布増分 $\Delta\phi$ 、 $\Delta\phi_s$ を熱対流を考慮した熱伝導に関する汎関数

$$\Delta\chi = \int_V \left[\frac{1}{2} \left\{ k_x \left(\frac{\partial \Delta\phi}{\partial x} \right)^2 + k_y \left(\frac{\partial \Delta\phi}{\partial y} \right)^2 + k_z \left(\frac{\partial \Delta\phi}{\partial z} \right)^2 \right\} - \left(Q - c \frac{\partial \Delta\phi}{\partial z} \right) \Delta\phi \right] dV - \frac{1}{2} \int_s h (\phi_a - \Delta\phi_s)^2 ds \quad (4)$$

h : コンクリートの熱伝導率

ϕ_a : 外気温

へ代入する。(4)式の分布を0とおき、

$$[k_{1,m}][\Delta\psi_{1,m}] + [k_{1,m}][\psi_{1,0}] + [p_{1,m}] \frac{\partial}{\partial t} [\Delta\psi_{1,m}] = [f_{1,m}] \quad (5)$$

となる。これを多くの要素に分割した構造物全体の系で節点毎に重ね合わせると、

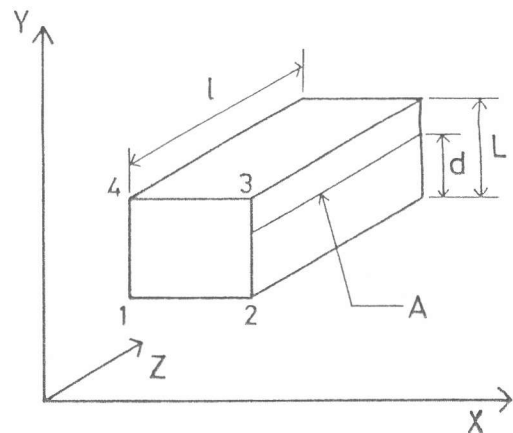


図-1 対流面の存在する四角形プリズム要素

$$[K]\{\Delta\psi\} + [P]\frac{\partial}{\partial t}\{\Delta\psi\} = [F] - [K']\{\psi_0\} = [F'] \quad (6)$$

という式を得る。ここで、 $\{\partial\Delta\psi/\partial t\}$ が時間刻み dt の間に直線的に変化すると仮定すれば、差分法を用いてある時間 t における $\{\Delta\psi\}_t$ は、

$$\{\Delta\psi\}_t = \{\Delta\psi\}_{t-dt} + \left(\left\{ \frac{\partial\Delta\psi}{\partial t} \right\}_{t-dt} + \left\{ \frac{\partial\Delta\psi}{\partial t} \right\}_t \right) \frac{1}{2} dt \quad (7)$$

と表わされる。(6)式と(7)式より、

$$\left([K] + \frac{2}{dt}[P] \right) \{\Delta\psi\}_t = [P] \left(\frac{2}{dt} \{\Delta\psi\}_{t-dt} + \left\{ \frac{\partial\Delta\psi}{\partial t} \right\}_{t-dt} \right) + [F']_t \quad (8)$$

という式を得、ある時間 t の $\{\Delta\psi\}_t$ を求めることができる。求めた $\Delta\psi_{i,m}$ を(2)式に代入することによって任意の点の温度を求めることが可能となる。

2. 2 温度応力解析²⁾

温度応力解析においては、図-1のそれぞれの節点における X 、 Y 、 Z 方向の節点変位増分 Δu_i 、 Δv_i 、 Δw_i 、を

$$\begin{aligned} \Delta u_i &= u_{i,0} + \sum_{m=1}^r \Delta u_{i,m} \sin \frac{m\pi z}{l} \\ \Delta v_i &= v_{i,0} + \sum_{m=1}^r \Delta v_{i,m} \sin \frac{m\pi z}{l} \quad (i=1 \sim 4) \\ \Delta w_i &= \sum_{m=1}^r \Delta w_{i,m} \cos \frac{m\pi z}{l} \end{aligned} \quad (9)$$

と仮定する。(9)式により、温度分布の場合同様要素内の変位増分 $\{\Delta u, \Delta v, \Delta w\}$ は

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \\ \Delta w \end{Bmatrix} &= \sum_{i=1}^4 [N_i] \begin{Bmatrix} \Delta u_i \\ \Delta v_i \\ \Delta w_i \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^4 [N_i] \{\Delta \delta_i\} \end{aligned} \quad (10)$$

と表わすことができる。次に、応力-ひずみ関係は、温度によって生ずる初期ひずみ増分を $\Delta \epsilon_0$ とすると、

$$\{\Delta \sigma\} = [D] \{ \{\Delta \epsilon_i\} - \{\Delta \epsilon_0\} \} = [D] \left(\sum_{i=1}^4 [B_i] \{\Delta \delta_i\} - \{\Delta \epsilon_0\} \right) \quad (11)$$

ここに、 $[D]$ は応力-ひずみ関係マトリックス、 $[B]$ は変位-ひずみ関係マトリックスである。

構造物を N 個のプリズム要素に分割したとすると、時間刻み dt の間のひずみエネルギー増分 Δv は、

$$\Delta U = \sum_{k=1}^N \int_v \frac{1}{2} \{\Delta \epsilon^k\}^T \{\Delta \sigma^k\} dv \quad (12)$$

(12)式に(11)式を代入すると、 $[B'] = \sum_{m=1}^r [B]_m$ として、

$$\Delta U = \sum_{k=1}^N \int_v \frac{1}{2} \{\Delta \delta^k\}^T [B^k]^T [D] [B^k] \{\Delta \delta^k\} dv - \sum_{k=1}^N \int_v \frac{1}{2} \{\Delta \delta^k\} [B^k]^T [D] \{\Delta \epsilon_0\} dv \quad (13)$$

(13)式のそれぞれの節点変位増分 $\{\Delta \delta\}$ による変位を0とおくことにより、

$$\left\{ \frac{\partial \Delta U}{\partial \Delta \delta} \right\} = \sum_{k=1}^N \int_v [B^k]^T [D] [B^k] \{\Delta \delta^k\} dv - \sum_{k=1}^N \int_v [B^k]^T [D] \{\Delta \epsilon_0\} dv = 0 \quad (14)$$

となり、 $[B^k]$ 、 $[D]$ 、 $\{\Delta \epsilon_0\}$ が既知であるから、(14)式は、

$$[H] \{\Delta \delta\} - [C] = 0 \quad (15)$$

となり、それぞれの節点変位増分 $\{\Delta \delta\}$ を求めることができる。

要素内に鉄筋が存在する場合(長手方向にのみ入っているとすると)、鉄筋の応力増分 $\Delta \sigma_s$ は、

$$\Delta \sigma_s = E_s \Delta \epsilon_s = E_s \frac{\partial \Delta w_s}{\partial z} = E_s \sum_{i=1}^4 N_i \sum_{m=1}^r \left(-\frac{m\pi}{l} \right) \Delta w_{i,m} \sin \frac{m\pi z}{l} - E_s \sum_{i=1}^4 \Delta \epsilon_{0s} \quad (16)$$

(16)式を(13)式に代入し、変分を0とおくことにより(17)式を得、これを(15)式に足し合わせてやれば、鉄筋を含めて解くことが可能となる。

$$[H']\{dw\} - [C'] = 0 \quad (17)$$

2. 3 クラックひずみ法¹⁾

例えば、ある温度応力によってコンクリート内にクラックが生じたとする。それを次のクラックひずみと関係づける。今、ある応力場においてクラックの生じる領域は局部的に損傷を受けていると考え、損傷領域として ΔV を考える。損傷領域の中では剛性が低下するのでヤング率が減少し、健全部のひずみ $\{\epsilon_c\}$ よりもひずみが増加することになる。この増加分を $\{\epsilon_c\}$ とすると、

$$\{\epsilon_t\} = \{\epsilon_c\} + \{\epsilon_c\} \quad (18)$$

損傷領域 ΔV の各方向への $\{\epsilon_c\}$ の積分値がクラック幅を形成すると考える。すなわち、

$$\{\delta_c\} = \int_V \{\epsilon_c\} dV \quad (19)$$

ここで、Z 方向の損傷長さを l とし、その間で $\epsilon_c = \text{一定}$ を仮定すれば、(19) 式より、クラック幅 $\delta_c = \epsilon_c l$ で、 $\epsilon_c = \delta_c / l$ となる。また、せん断すべり $d_c = r_c l$ で、 $r_c = d_c / l$ となる。これらの δ_c 、 d_c が実際に生じるクラック幅、すべりと対応すると考える。また、クラックが多数生じる時には、 l はクラック間隔に対応させることができる。つぎに (11) 式と (18) 式より、

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon_t\} = [D](\{\epsilon_t\} - \{\epsilon_0\} - \{\epsilon_c\}) \quad (20)$$

このクラックひずみ ϵ_c をフーリエ級数展開することによって、(15) 式の $[C]$ の中に取り入れることができ、クラックを含めた解析が可能となる。 $\{\epsilon_c\}$ の大きさは、クラック面では面に垂直な方向の応力が 0 となることから、クラック発生点における $\epsilon_{c \max}$ を

$$\epsilon_{c \max} = \epsilon_{tc} - \epsilon_{nc} \quad (21)$$

ϵ_{tc} : クラック発生点におけるトータルひずみ

ϵ_{nc} : クラック発生点における温度初期ひずみ

となるように定め、損傷領域を実際の現象に合致するように定めることにより、求めることができる。なお、損傷領域は最大のクラックひずみ $\epsilon_{\max}$ と鉄筋量の関数と考え、ここでは次節で示すように仮定した。

3. 解析の対象とした構造物

今回、解析の対象とした構造物は図-3のような幅 30 cm、高さ 100 cm、長手方向 15 m の新コンクリートの壁体に、幅 120 cm、高さ 150 cm の基礎コンクリートが付いているものである。この壁体において、鉄筋比が 1%、0.25% の 2 通りについて温度クラックの解析を行った。単位セメント量は両者とも 300 kg/m³、打ち込み温度を少し変えたため、材令 0-14 日の間の最大温度差は鉄筋比 1% の場合で 39.9℃、鉄筋比 0.25% の場合で 33.6℃となった。また、損傷領域 ΔV は図-2における a の値を鉄筋比 1% の場合で $a = 1.075 \times 10^{-3}$ 、鉄筋比 0.25% の場合で $a = 1.195 \times 10^{-4}$ とすることによって $\epsilon_{c \max}$ が求まれば直ちに計算できるようにした。

4. 解析結果と考察

温度分布の解析値を基にしてクラックを考慮し

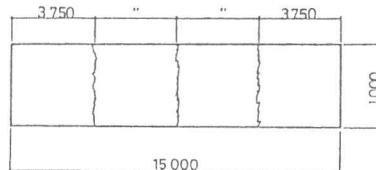


図-4 クラックの発生状況

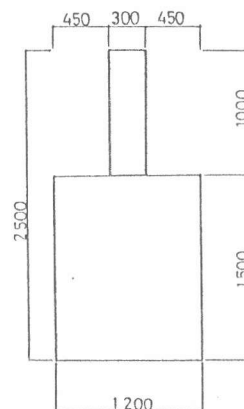


図-3 壁体の断面形状

た温度応力解析を行なった結果、それぞれの鉄筋比の場合について、基礎からの高さが75 cmの地点の表面部において図-5、図-6のようなクラック幅履歴曲線を得た。クラックは鉄筋量1%、0.25%の両方で材令3日に長手方向中央部において発生し、ついで、材令5日に初めのクラックの両側に発生した。クラック発生状況を図-4に示す。なお、中央部の両側に出た方のクラックは、左右対称な位置に発生しているため、全く同じ履歴をしており、図-5、図-6においては片方のみ示した。図-5と図-6を比較すると、鉄筋比0.25%の場合には最大クラック幅が3本のクラックとも0.2 mm程度であること、鉄筋比が1%の場合には0.15 mm程度となることなどがまず理解できる。この結果はクラック幅の総量が必ずしも鉄筋比に比例しないことを示している。

次に、鉄筋比0.25%の場合について長手方向中央部の表面に発生したクラックの高さ方向の分布と、その履歴を図-7に示す。図-7において、材令の初期には上部程大きかったクラック幅が材令が進むにつれて、発熱の大きい高さ $H=60\sim80$ cmの部分において大きくなり、一応妥当な性状を示していると思われる。ここでは掲載できなかったが長手方向中央部の両側に発生したクラックの高さ方向の分布も、図-7の分布とほぼ同じような結果を示している。

最後に、長手方向中央部の厚さ方向におけるクラック幅の分布の違いを、同じく鉄筋比0.25%の場合について材令5日と14日において算出したものを図-8に掲載する。図-8において、いずれも内部の方が表面部よりも2~5%クラック幅が大きくなっている。

5. まとめ

長手方向に要素分割しない有限プリズム法にクラックひずみ法を適用すれば、長手方向に直交して発生するクラックの有無、クラック幅、クラックの分布等も十分解析し得ることを示したが、これらの精度はクラックひずみの分布をいかに仮定するかにより大きく影響される。精度を良くするためには、単純な一軸実験からのキャリブレーション等が必要と考えられるが、今後実験、実測と比較照合しながら、さらに、高精度の推定手法を開発していきたいと考えている。

6. 参考文献

- 1) 田辺, 梅原「マスコンクリートの温度応力解析における解析モデル」: RC構造の有限要素解析に関するコロキウム論文集(1984.12)(日本コンクリート工学協会、鉄筋コンクリート構造の有限要素解析委員会)
- 2) Somboon Chimamphant : STRESS ANALYSIS OF ANCHORAGE ZONE OF A PRESTRESSED CONCRETE BOX-GIRDER BY FINITE PRISM METHOD (AIT) 1978.1

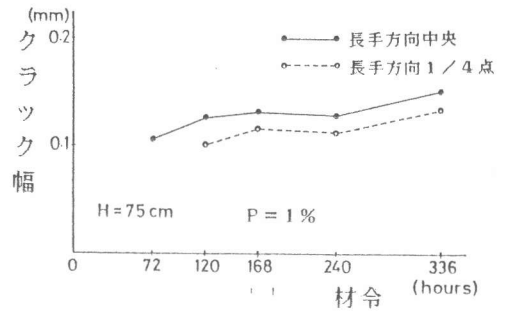


図-5 クラック幅履歴曲線 その1

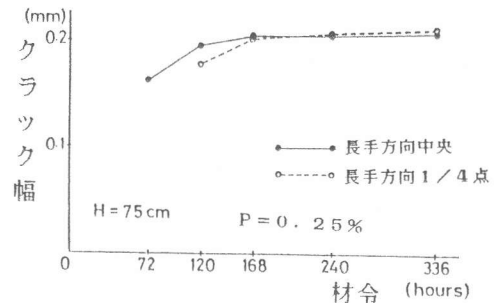


図-6 クラック幅履歴曲線 その2

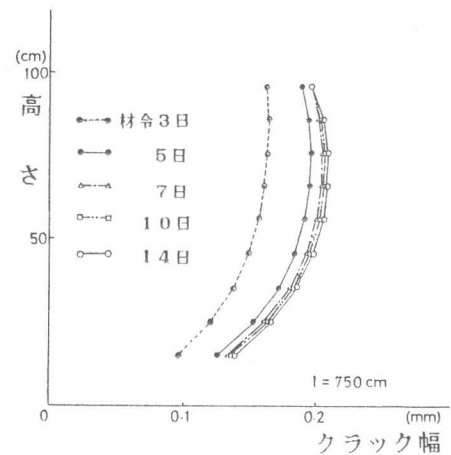


図-7 高さ方向のクラック幅分布と履歴

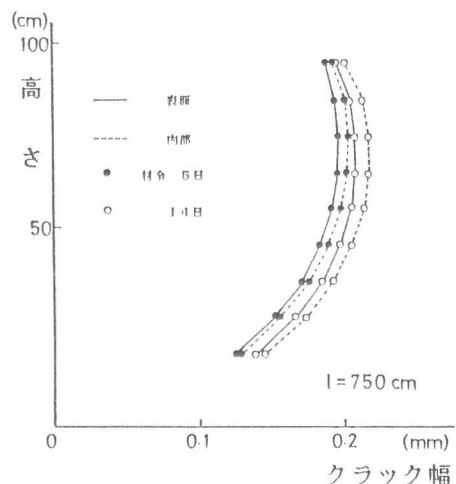


図-8 内部と表面のクラック幅の比較