

[33] 骨材などの粒子間空隙形状の表現

正会員 大井 孝和（愛知工業大学工学部）

1. 序

コンクリート中にある骨材の充填（あるいは分散）状態がコンクリートの諸特性に大きな影響を及ぼすことはよく知られているが、分散した骨材粒子とその間隙に位置するセメントベーストの領域の形態を、集約されたパラメータによって表現し、コンクリートの複雑な挙動の解明に役立てようとする試みはそれほど多くはない。^{1) 2)}

そのような目的のために、粉体の比表面積や平均粒径を測定する空気透過法の理論の寄与が期待できる。ここでは、空気透過法の理論の要点をなす Kozeny-Carman 定数についての考察と、実験による検討結果の若干を示す。

2. 空気透過法における Kozeny-Carman 定数

まず、空気透過法の理論の概要を述べ、Kozeny-Carman 定数が持つ物理的な意味を明らかにしたい。いま、円筒状の試料容器に充填した粉体試料層があって、上から下へ流体（空気）が透過するものとする。粉体試料層の厚さを ℓ (cm)、断面積を A (cm²)、重量を W (g)、粉体の密度（真比重）を ρ 、試料層の空隙率を ε 、但し $\varepsilon = 1 - (W/\rho A \ell)$ 、t 秒間に試料層を透過する空気の体積を Q (cm³) としよう。

ここで、充填された粉体粒子間の空隙を等価並列毛管系にモデル化し、Poiseuille の定理を適用する。並列毛管系のうちの 1 本の毛細管について考えて、粒子間隙を通る毛細管の延長を ℓ_e (cm)、但し $\ell_e \geq \ell$ 、等価の毛管半径を m (cm)、毛管の両端の圧力差を $\Delta P \cdot g$ (但し、 ΔP はマノメータから読み取る水頭、cm) とすると、その毛細管内を t 秒間に流れれる流体の量 v (cm³) は、Poiseuille の定理により、次式のように与えられる。

$$v = \frac{\pi \Delta P \cdot g}{8 \eta \ell_e} m^4 t \quad \dots \dots \dots (1)$$

但し、 η は流体の粘性係数で、気温 20°C の乾燥空気に対し $\eta = 1.82 \times 10^{-4}$ (ボアズ) である。

等価毛管半径 m には次のような定義を採用する。

$$\begin{aligned} m &= \frac{\text{毛管の断面積}}{\text{毛管の周長}} \times \text{形状係数} = \frac{\text{毛管の断面積} \times \ell_e}{\text{毛管の周長} \times \ell_e} \times \text{形状係数} = \frac{\text{毛管の内容積}}{\text{毛管内の表面積}} \times \text{形状係数} \\ &= \frac{\text{空隙率}}{\text{単位容積中の粉体の表面積}} \times \text{形状係数} = \frac{\varepsilon}{S_0} f \quad \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

形状係数 f は、断面積で等価な円断面の半径を与えるために上式で導入したもので、 f の値を平面図形でみると、円において $f = 2$ となり、一般の断面形に対しては 2 よりも大きい値をとる。また、正多角形の場合に内接円の半径に対して $f = 2$ となることからもわかるように、角張りの大きい不整形な断面ほど $(\text{断面積}) / (\text{周長})$ の同じ断面積を持つ円の半径に対する比が小さくなるので、 f の値は大きくならねばならない。

S_0 を単位重量当りの粉体の表面積 S_w (cm²/g、比表面積) で表わすと、

$$S_0 = \rho (1 - \varepsilon) S_w \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$m = \frac{\varepsilon \cdot f}{\rho (1 - \varepsilon) S_w} \quad \dots \dots \dots (4)$$

等価毛管 1 本当りの内容積を $\pi m^2 \ell_e$ とすれば、試料層中 (断面積 A cm²) に含まれる毛細管の本数 n は、

$$n = \frac{\varepsilon A}{\pi m^2} \left(\frac{\ell}{\ell_e} \right) \quad \dots \dots \dots (5)$$

故に、t 秒間に試料層を通過する流体の体積 Q は次式のように求められる。

$$Q = n \cdot v = \frac{\varepsilon A \ell}{\pi m^2 \ell e} \cdot \frac{\pi \Delta P \cdot g}{8 \eta \ell e} m^4 t + \frac{\varepsilon \Delta P \cdot g}{8 \eta} \frac{A}{\ell} \left(\frac{\ell}{\ell e} \right)^2 m^2 t \dots \dots \dots (6-a)$$

(6-a) 式に (4) 式を代入すれば、

$$Q = \frac{f^2 (\ell/e)^2}{8 \eta} \frac{A}{\ell} \frac{\Delta P \cdot g}{\ell} t \frac{\varepsilon^3}{f^2 (1-\varepsilon)^2 S_w^2} \dots \dots \dots (6-b)$$

$$\text{ここで, } \frac{8 (\ell/e)^2}{f^2} = k \dots \dots \dots (7)$$

とおけば、(6-b) 式から 粉体の比表面積を求める周知の Kozeny-Carman 式が得られる。すなわち、

$$S_w = \frac{1}{f^2} \sqrt{\frac{\Delta P \cdot g A t}{k \eta \ell Q}} \cdot \frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^2} \dots \dots \dots (8)$$

(8) 式の k が Kozeny-Carman 定数と呼ばれるもので、Carman によって 実験的に慣用値を 5 と定められている。図-1 は Kozeny-Carman 定数の意味を与える (7) 式の関係を示したもので、直角円断面の毛細管に対しては、 $\ell_e/\ell = 1$ 、 $f = 2$ より $k = 2$ となり、

それより毛細管の断面形が悪くなるほど、管の屈曲が大となるほど、 k の値は大きくなることがわかる。

また、(7) 式の左辺が慣用値として定数となり得るということは、等価毛管モデルにおいて、管の屈曲と内壁の凹凸の度合いとの間にある一定の関係が存在すると見なしてよいことを示しているものと思われる。図-1 によれば、Carman の慣用値 $k = 5$ は、管の屈曲度 ℓ_e/ℓ をかなり大きく見積っているようで、仮に $f = 2.83$ とすると $\ell_e/\ell = 5$ 、 $f = 2.53$ で $\ell_e/\ell = 2$ 、 $f = 2.19$ でようやく $\ell_e/\ell = 3$ が対応する。

(6-a) 式から等価毛管半径 m は次式のように与えられる。

$$m = \sqrt{8 \left(\frac{\ell_e}{\ell} \right) \frac{\eta \ell Q}{\Delta P \cdot g A t} \frac{1}{\varepsilon}} = C \sqrt{\frac{\eta \ell Q}{\Delta P \cdot g A t} \frac{1}{\varepsilon}} \dots \dots \dots (9)$$

但し、 $C = 2\sqrt{2} (\ell_e/\ell)$ である。

(5) 式より等価毛管 1 本当りの試料断面積 a (cm^2) を求めると、

$$a = \frac{A}{n} = \frac{\pi m^2}{\varepsilon} \left(\frac{\ell_e}{\ell} \right) \dots \dots \dots (10)$$

粉体試料の平均粒径に相当する等価毛管の間隔 d に注目し、模型化した粉体粒子の配列を、図-2 (a) のような正方系充填を考えれば次式が、

$$d = \sqrt{a} \dots \dots \dots (11-a)$$

また、図-2 (b) のような六方系充填を考えれば次式が得られる。

$$d = \sqrt{\frac{2}{\sqrt{3}}} a = 1.074 \sqrt{a} \dots \dots \dots (11-b)$$

3. 試作空気透過装置

実験は骨材用に試作した空気透過装置によつた。装置の形状寸法を図-3 に示す。

装置上部の試料筒は外径 115 mm 内厚 4.5 mm 長さ 23 cm の鋼管

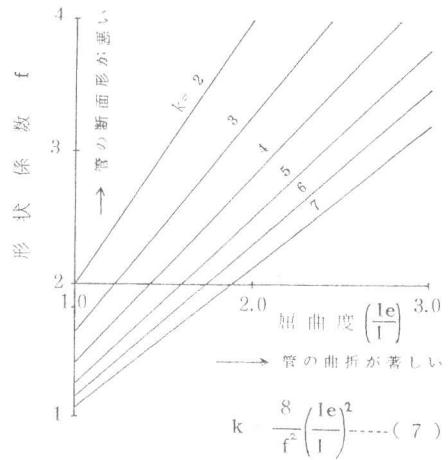
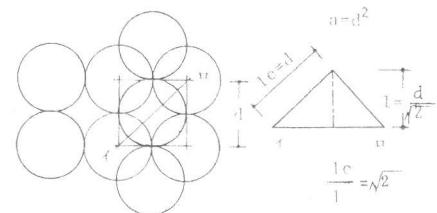
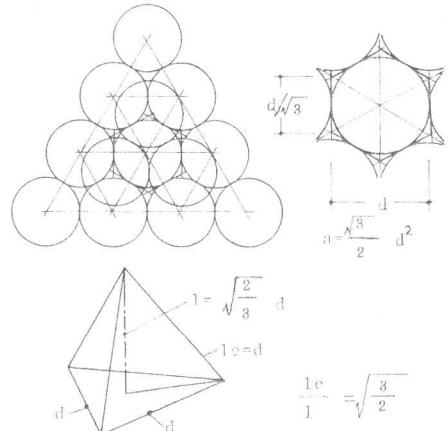


図-1 (7) 式のグラフ



(a) 等大球の正方系充填



(b) 等大球の六方系充填

図-2 模型化した粉体粒子の配列

で、底面には穴径 5 mm ピッチ 8 mm 厚さ 1.2 mm のパンチングメタル、紙フィルター（台所油こし用）および針金の枠にしっかりと張った布フィルターと 3 枚のフィルターが取付けられており、その強度は試料骨材の棒突き充填作業に充分耐えられるようになっている。

本体の水容器は巾 3.5 cm 高さ 8.0 cm 角形の鋼板製で、側面にガラス窓 2ヶ所と水位計、下部に大小 2種類の排水弁を備え、また上面には試料筒取付用フランジとマノメータの取付口がある。マノメータは透明な樹脂パイプ製で、本体の取付口にプラスチックのホースで接続され、容器内の減圧を 700 mm 水柱まで 1 mm 目盛で直読できる。

測定方法は次の通りである。すなわち、まず水容器に所定位置まで注水したのち、試料を充填した試料筒を水容器の上面に取付け、マノメータを見ながら水容器下部の排水弁を徐々に開いて、容器内外の気圧の差 ΔP を試料の空気透過抵抗に応じた適当に値に達せしめ、以後は ΔP を一定に保つたままで、任意時間内に水容器から流れ出た水量 Q によって試料筒内の空気透過量を測定する。

現在までのところ、試作装置による空気透過の実験は、試料に (a) ふるい目 2.0 mm から 0.15 mm まで 7段階に分級した骨材、(b) 普通ボルトランドセメント、(c) 0.15 mm ふるいを通過した骨材微粒分（以下では骨材ダストと略称する）および(d) 普通ボルトランドセメントと骨材ダストの混合物のそれぞれを用いた場合について行なっている。試料(a)(b)(c)の実験結果は文献³⁾で報告した。

4. Kozeny-Carman 定数の空隙率依存性

測定結果を要約するとほぼ次の通りである。まず、測定データを(8)式に代入し、Kozeny-Carman 定数を慣用値の $k = 5$ として各試料の比表面積を計算してみると、(a) 分級骨材試料では、試料厚さ $\ell = 20 \text{ cm}$ が粗粒の骨材に対して充分な長さでなかつたためか、粒径 1.2 mm 以上になると良い結果が得られないことがわかった。

次に、(b) 普通ボルトランドセメント試料については、試料層の厚さ、充填試料の空隙率、容器内外の圧力差などの条件を可能な限り変えて測定してみたところ、試料層の厚さと容器内外の圧力差は計算結果の比表面積の値にほとんど影響を及ぼさなかつたが、試料の空隙率は計算結果の比表面積の値に明らかな影響を及ぼし、空隙率が大きくなると比表面積が見かけ上小さく求まる傾向を示した。試料セメントの同じサンプルについて製造会社で測定したプレーン値は 3360 cm^2/g で、プレーン法自体が他の測定原理に基づく結果とも較正されているなどの理由からこの値は充分信頼できるものと考えられるので、測定結果からプレーン値と同じ比表面積の値が得られるような定数 k の値を個々の測定データ毎に求めてみた。

このようにして求めた定数 k の値は、かなりの範囲にばらついたが、試料の空隙率 ϵ とほぼ直線的な関係を有することを明瞭に示すものであった。図-4 に測定データから逆算して求めた Kozeny-Carman 定数 k と試料の空隙率 ϵ の関係を示す。図中、ボルトランドセメント試料について得たデータは白丸印で記入してある。

(c) 骨材ダスト試料の測定結果についても、(8)式に定数 $k = 5$ として計算した場合は、比表面積の値に対する試料空隙率の同様な影響が見られたので、図-4 のセメント試料データの傾向を適用して、定数 $k = 5$ でプレーン値と同じ比表面積が得られる空隙率における比表面積推定値を求め、その値 140 cm^2/g をもって骨材ダストの比表面積とした。各測定データからこの値を得るために定数 k を逆算すれば、それらは白角印で図-4 に記入したようになり、セメント試料で得た傾向とほとんど重なることがわかる。

このようにして比表面積既知で粒径の異なる 2つの試料を得たので、それらを任意の割合に混合した試料でも

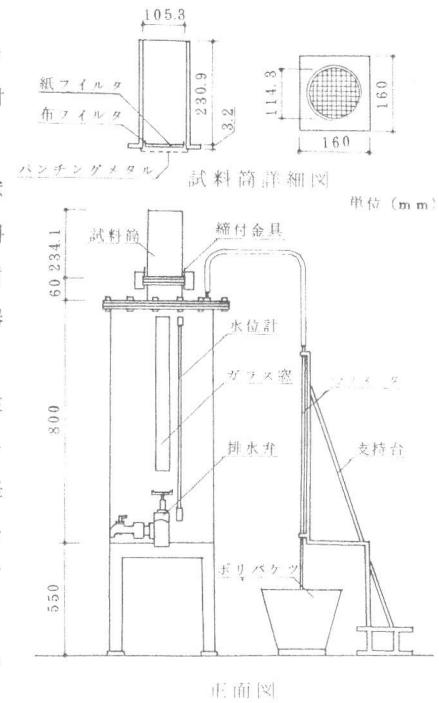


図-3 骨材用空気透過装置

つて、空隙率のより小さい範囲までこの傾向について調べようとしたのが(d)普通ポルトランドセメントと骨材ダストの混合物による実験である。

測定の結果は、図-4に黒丸印で記入したように、(b)(c)試料で得た傾向がほぼそのまま試料の空隙率の小さい方へ直線的に延長できることを示すものであつた。

以上のような傾向を最小自乗法で近似して、係数の端数を切捨てれば、本実験条件の範囲内において、Kozeny-Carman 定数 k と試料の空隙率との間に次式のような簡単な関係が求まる。

$$k = 7 - 5 \cdot \epsilon \cdots \cdots \cdots \quad (12)$$

(12)式は予想以上に広い適応性を有しているよう
で、例えば $\epsilon = 1.0$ の場合についてみても、その
ときの定数 $k = 2$ は通常な円管を意味し、形式上
矛盾は全く生じない。

セメント試料のデータにおいて、空隙率が特に

大きい場合に(12)式から多小下方に離れる傾向があるように見えるかも知れないが、これは容器内外の圧力差で試料が圧縮された際に、試料に微細なひびわれが入って均質な充填状態が損なわれたために生じたものと思われ、その影響は小さく、最小自乗法の係数推定にほとんど影響を及ぼしていない。

なお、(12)式は本装置にのみ適用されるもので、ちなみにプレーン法についていえば、定数 $k = 5$ を用いるために試料の空隙率は普通ポルトランドセメントに対し 0.50、早強ポルトランドセメントに対し 0.52 などと規定されているが、本装置で定数 $k = 5$ を適用すべき空隙率は 0.40、空隙率 0.50 には定数 $k = 4.5$ が対応しており、プレーン空気透過装置より本装置のほうが装置固有の空気透過抵抗が若干小さいことを示している。

5. 結び

図-4あるいは(12)式が示す実験結果と、図-1または(7)式の関係を併せて見れば、粉体の粒子間空隙をモデル化した毛細管の形状を表現するパラメータが、試料の空隙率 ε によって第一に大きな影響を受けている様子がわかる。試料の空隙率 ε は、試料の詰固めの程度によつても、また粉体の粒形や粒度分布の相違によつても生ずるが、空隙の変化が生じた理由によつて空隙率 ε と定数 k の関係が異なるか否かについてはまだ判断できないが、定数 k の慣用値が多くの場合に有効であったことは、この点についてひとつの唆を与えるものであろう。

試料の空隙率 ε は、粉体の粒子間 空隙をモデル化した等価並列毛管系に 対し、単に比表面積だけではなく、等価毛管の半径、間隔、また 本数のそれぞれおよび相互の関係に複雑かつ大きな影響を与えていた。このような関係を明らかにし、モデルのパラメータを更に分析するためには、なお多くの実験データによる綿密な検証が必要であろうと考えられる。

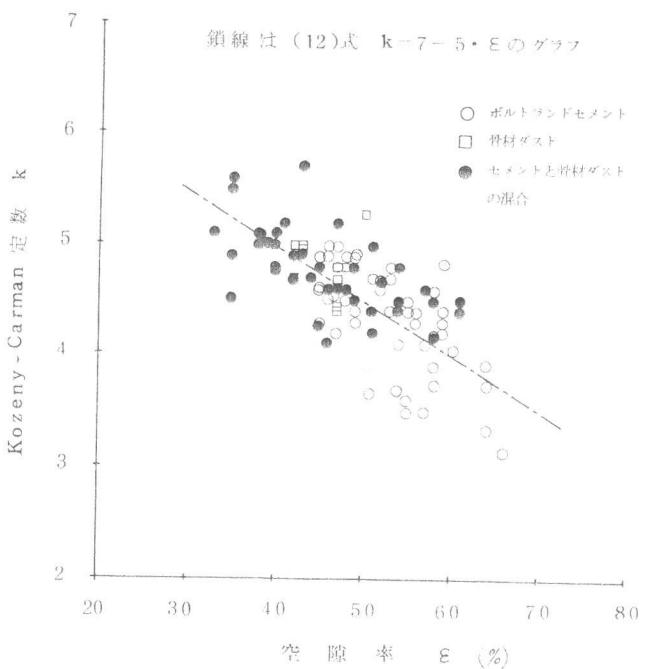


図-4 試料の空隙率 ε による定数 k の変化

5. 結び

図-4あるいは(12)式が示す実験結果と、図-1または(7)式の関係を併せて見れば、粉体の粒子間空隙をモデル化した毛細管の形状を表現するパラメータが、試料の空隙率 ε によって第一に大きな影響を受けている様子がわかる。試料の空隙率 ε は、試料の詰固めの程度によつても、また粉体の粒形や粒度分布の相違によつても生ずるが、空隙の変化が生じた理由によつて空隙率 ε と定数 k の関係が異なるか否かについてはまだ判断できないが、定数 k の慣用値が多くの場合に有効であったことは、この点についてひとつの唆を与えるものであろう。

試料の空隙率 ε は、粉体の粒子間 空隙をモデル化した等価並列毛管系に 対し、単に比表面積だけではなく、等価毛管の半径、間隔、また 本数のそれぞれおよび相互の関係に複雑かつ大きな影響を与えていた。このような関係を明らかにし、モデルのパラメータを更に分析するためには、なお多くの実験データによる綿密な検証が必要であろうと考えられる。

参 考 文 献

- 1). 久保輝一郎ら編「粉体 理論と応用」改訂二版 §5, §6 丸善 1979
 - 2). 井伊谷鋼一郎編「粉粒体計測ハンドブック」§6, §18 日刊工業新聞社 1981
 - 3). 大井・永田・中西「骨材用空気透過装置の試作」日本建築学会東海支部研究報告集 第22号 P.13~16 1984. 2