

[47] 二軸応力下のコンクリートの構成方程式

正会員 ○前川 宏一 (東京大学大学院)
 正会員 上迫田 和人 (東京大学工学部)
 正会員 岡村 甫 (東京大学工学部)

1. まえがき

二次元 R C 部材の内部応力状態は大部分が圧縮引張り応力下にあり、部材の最終耐力も高圧縮引張り応力下のコンクリート要素の破壊に依存する場合が多い。⁽¹⁾しかし従来の多軸応力下のコンクリートの挙動についての研究は、二軸三軸圧縮応力下に主眼が置かれているものが多く、引張り応力存在下のコンクリートの変形挙動についての基礎データの蓄積は十分とはいえない。よって有限要素法等による多次元解析の精度もまた十分とは言い難い。

本研究では特に高圧縮引張り応力下のコンクリートの挙動に注目し、実験を行い二軸応力下の構成方程式の確立を目標としたものである。

2. 実験の概要

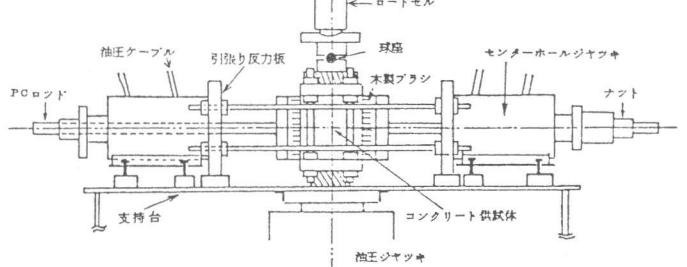
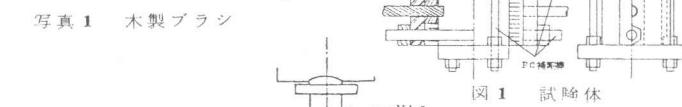
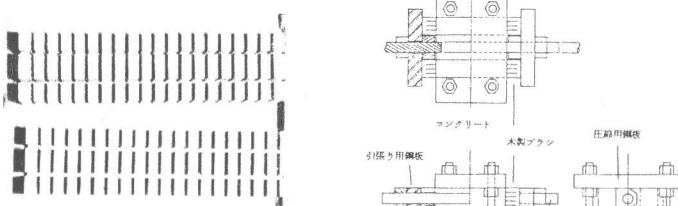
図 1 に示すように 2 枚のコンクリート板 ($20 \times 20 \times 5 \text{ cm}$) を平行に配置し、鋼板を用いて圧縮及び引張り応力を加えた。端面摩擦を除去するためシリコングリースを塗付した 0.5 mm , 0.1 mm のテフロンシートを重ねて鋼板とコンクリートの間に設置し圧縮応力を加えた。引張り応力は写真 1 に示す木製ブラシを介してコンクリートに伝達された。木製ブラシはエポキシ系接着剤によりコンクリート面に接着され、ブラシの歯の中に圧入されたエポキシはヘラによって除去した。この木製ブラシは検証実験において圧縮ひずみで 4000μ までコンクリートに影響を及ぼすことなく変形に追随できることが確認された。歪は主応力二方向にワイヤーストレインゲージ及びパイ形変位計を接着し測定を行ない、載荷応力はロードセルの出力と供試体断面積より換算して求めた。載荷は歪制御とし、マイクロコンピュータで実験条件の管理を行なった。図 3 に全体の載荷システムの概略を示す。なお主応力二方向の試験機の剛性を高めるため補剛材を取りつけた。コンクリート供試体は $\frac{1}{100}$ 精度の型枠で成形され、引張り応力の加わる面は研磨を行ないブリーディング層を除き骨材とモルタル両者に応力が伝達されるようにした。圧縮応力を受ける面はパラフィンを含浸させシリコングリースの圧入を防止した。

3. 載荷経路

(A) 圧縮応力一定下で引張り応力を変化させる方法と、(B) 引張り応力一定下で圧縮応力を変化させる方法の 2 タイプを組み合わせて応力経路を与えた。また応力経路の中に、完全除荷の経路を含め塑性ひずみの測定を行なった。なお、最大主応力方向は常に一定の条件下にある。本論文中の応力、歪はすべて一軸単調圧縮応力下のピーク応力 F_p とピーク歪 E_{pu} で正規化したものを使用している。

4. 二軸応力下の塑性破壊モデル

コンクリートは外力（応力あるいは歪）を受けることで内部構造が刻々と変化し、塑性変形とともにマイクロクラック進行に伴う微小内部構造の破壊（局部座屈）をおこす材料である。



そこで、二軸応力下のコンクリートの挙動を以下の簡単なモデルに置き換える表現した。

- (A) コンクリートは図4に示すような弾塑性挙動を示す微小な構成要素が並列に集合している合成材料である。
- (B) 個々の微小構成要素は、過去に受けた最大応力レベルを超えたとき塑性進行する歪硬化体である。あるいは過去最大の変形を超えたとき塑性流れを生じ、それ以外は線形挙動を示す材料である。
- (C) 微小構成要素はある応力に達したとき完全に耐荷力を失い、以後耐荷力を回復しない。これはコンクリート内部のマイクロクラックにともなう局部組成の座屈による非可逆過程をあらわしている。
- (D) 微小構成要素の破壊強度は図3のような確率密度分布を持つ。これはコンクリート内部組成の強度のばらつきを表わしている。(A)-(D)のモデルを応力-歪の関係に結びつけた概念図を図4に示す。図中の $\bar{\epsilon}$, $\bar{\epsilon}_{pl}$, $\bar{\epsilon}_{el}$, $\bar{\sigma}$ は全歪、塑性歪、弾性歪及び応力のレベルを表わす。全歪レベルの小さい(I)の場合、塑性、破壊の進行は小さく応力-歪の関係は線形に近い。 $\bar{\epsilon}$ が増加し構成要素応力 E_0 ($\bar{\epsilon} - \bar{\epsilon}_{pl}$) が上昇すると塑性流れの進行と共に破壊強度に達する構成要素が増加し除荷剛性は点線で示されるように低下する。ここで耐荷力を保持している構成要素の生存率を K と定義すると、 K は強度確率密度分布関数 P と次のような関係が成立する。

$$K = 1 - \int_0^f P(\ell) d\ell ; \quad f = E_0 (\bar{\epsilon}_{max} - \bar{\epsilon}_{pl}) \quad \text{ただし } \bar{\epsilon}_{max} \text{ は過去最大の全歪レベル} \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

さらに変形が進行すると構成要素の破壊が急速に進行し、遂に歪硬化にともなう構成要素の応力上昇を打消し、見かけ上のコンクリート合成体としての全応力が減少に向かい歪軟化性状をあらわす。以上のモデルを基本概念式として表現する。微小構成要素一個当たりの応力 S_i は仮定(A), (B)より以下のように表わせる。

$$S_i = E_0 (\bar{\epsilon} - \bar{\epsilon}_{pl}) \quad E_0 : \text{構成要素の平均弾性係数} \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

コンクリート合成体としての応力 S は仮定(B), (C), (D)より以下のように表わせる。

$$S = \sum_i S_i = E_0 (1 - \int_0^f P(\ell) d\ell) (\bar{\epsilon} - \bar{\epsilon}_{pl}) = E_0 K (\bar{\epsilon} - \bar{\epsilon}_{pl}) \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

(3)はモデル(A)-(D)に等価であり塑性・破壊の進行する非可逆過程と塑性・破壊進行のない過程を同時に表現している。よって履歴を含む解析では、(3)式により応力歪の包絡線と除荷曲線を同時に扱うことができ、解析が極めて簡略化される利点をもつ。なお定義より、 K 及び $\bar{\epsilon}_{pl}$ は最大ひずみレベル $\bar{\epsilon}_{max}$ の関数として表わせるコンクリート合成体の状態量であり、非回復な性格をもつ。以下に本概念を二軸応力状態に拡張し適用する。

5. 等価応力

二軸応力状態は応力テンソル σ_{ij} の不变量である以下に定義される平均応力成分 $\bar{\sigma}$ と偏差応力成分 $\bar{\tau}$ の2つのスカラー量によって記述できると考えられる。

$$\bar{\sigma} = \sqrt{2 \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right)^2} \quad \dots \dots \dots \quad (4) \quad \bar{\tau} = \sqrt{2 \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right)^2} \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

ただし σ_i は F_1 で正規化した応力テンソルの主値を表わす。ここで $\bar{\tau} = 0$ の等方応力状態を想定すると、一軸応力状態からの自然な拡張として、応力レベル S は $\bar{\sigma}$ に比例すると定義する。

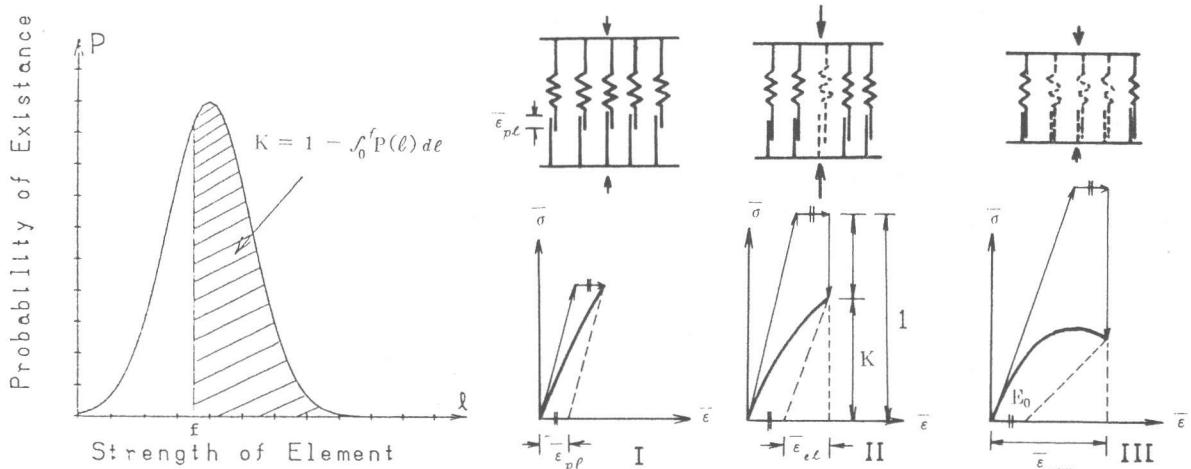


図3 強度分布密度の概念と K 値

図4 コンクリートの塑性・破壊のモデルの基本概念

$$S = a \bar{\sigma} \quad a : \text{定数} \cdots \cdots \text{等方応力状態} \quad \cdots \cdots \cdots \quad (6)$$

次に等方応力状態 S から $\bar{\sigma} = \text{一定}$ のもとに $\bar{\tau}$ が作用する場合を考える。このとき $\bar{\tau}$ の増加に伴ないせん断変形が増加し内部構成要素に非可逆過程が生じる。よって応力レベルは上昇する。よって(6)式を拡張し、応力レベル S を以下に定義した。

$$S = \sqrt{(a \bar{\sigma})^2 + (b \bar{\tau})^2} \quad a = 0.61 \quad b = 1.276 \quad \dots \dots \dots (7)$$

S を等価応力と定義する。(7)は応力空間上の長さの概念を持ち、 a, b は応力レベルに及ぼす平均及び偏差応力成分の重み関係を意味する。図6に示す単調増加時の圧縮引張り応力下のデータとKupfer⁽²⁾らのデータを図7の $\bar{\sigma}-\bar{\tau}$ 平面に展開し、基本概念で代表される圧縮応力卓越形の軟化特性を示したピーク時の応力より重み係数 a, b を決定した。高圧縮引張り応力下では二軸圧縮同様、歪軟化特性を示した。また単調応力増加時では応力経路(A),(B)両タイプとも同一包絡線上にピークが存在し経路の関数を含まない(7)式で応力レベルが評価されることを示している。一方、引張り応力の卓越したケースでは一本のひびわれが発生し、別の破壊モードとして後出検討を行う。なお(7)式は全応力状態に対し、ピーク時の平均及び偏差成分の重み関係が成立することを前提としている。

6. 等価歪

全歪テソル ϵ_{ij} は塑性及び弾性歪テソル ϵ_{ijpl} , ϵ_{ijel} を分離することができる。

さらに全歪及び塑性弾性歪成分に対応する二軸下の歪レベルを決定するため等価応力と同様のプロセスで歪測度関数 F を次のように定義する。

$$F = F(\delta_{ij}) = \sqrt{(c\bar{\epsilon})^2 + (d\bar{r})^2} \quad c = 0.589, \quad d = 1.01 \quad \bar{\epsilon}, \bar{r} : \text{テンソル } \delta_{ij} \text{ の平均及び偏差成分} \quad \dots \dots (9)$$

重み係数 c , d は等価応力同様に図 8 に示す全歪表示の平均偏差平面上にプロットした単調載荷時のピーク値より決定した。次に基本概念図 4 の $\bar{\epsilon}_{el}$ に対する弾性歪の状態量として等価弾性歪 E_{el} を以下に定義する。

$$E_{\ell} = F(\epsilon_{ij\ell}) = F(\epsilon_{ij} - \epsilon_{ij\ell}) \quad \dots \dots \dots \quad (12)$$

さらに塑性歪 ϵ_{ype} の状態量として基本概念式(3)の $\bar{\epsilon}_{pe}$ に対応する等価塑性 E_{pe} を以下に定義する。

以上により等価全歪Eは以下のように定義される。

$$E = \int dE = \int dE_{el} + \int dE_{pl} \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

$$\text{非可逆} \quad \dots \quad d\epsilon_{ij\rho\ell} \neq 0 \quad \text{より} \quad dE = dE_{e\ell} + dE_{\rho\ell} = \frac{\partial F}{\partial \delta_{ij}} |_{\substack{(d\epsilon_{ij} - d\epsilon_{ij\rho\ell})}} + \frac{\partial F}{\partial \delta_{ij}} |_{\substack{d\epsilon_{ij\rho\ell}}} = \frac{\partial F}{\partial \delta_{ij}} |_{\substack{d\epsilon_{ij}}} \quad (16)$$

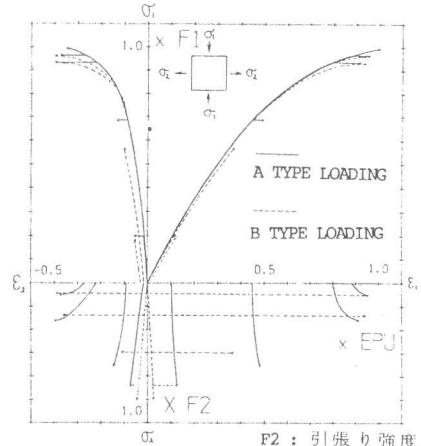


図 5 二軸応力-ひずみの関係

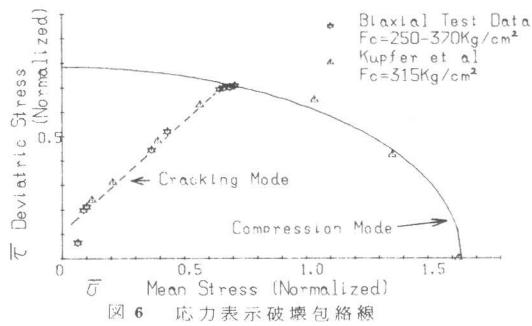


図 6 応力表示破壊包絡線

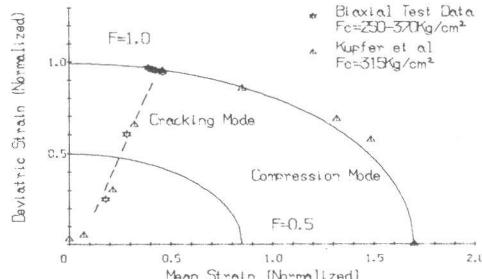


図 7 ひずみ表示破壊包絡線

等価全歪は除荷及び載荷で同一の形で表示され二軸応力下の全変形レベルを表わす指標となる。

7. 二軸応力下の塑性流れ特性

以上の定義より E, E_{el}, E_{pl} を実験結果より算出し最大全等価歪 E_{max} と E_{el}, E_{pl} の関係を図 9 に示した。相異なる歪履歴に対してもこれらの関係に一意性が見出せ、等価歪の概念と定義がコンクリートの二軸変形状態を表わす適切なものであることを裏づけている。データより E_{pl} は如式で表わせる。

$$E_{pl} = \left(0.83E_{max}^4 - 0.82E_{max}^3 + 0.64E_{max}^2 \right) / \left(0.83E_{max}^3 + 0.18E_{max}^2 + 0.64E_{max} + 1.96 \right) \quad \dots \dots \dots (17)$$

8. 二軸応力下の内部破壊の特性

剛性生存率 K を基本概念式(3)を変形し実験データより(18)で算出し、 E_{max} との関係を図 10 に示す。

$$K = S/E_0 (E - E_{pl}) \quad E_0 = 2.37 \quad \dots \dots \dots (18)$$

両者には任意の載荷履歴に対しても一意的な関係が見出される。これは等価応力-歪の関係を基本概念によって統一して表現されることを示唆しており、 K は(19)式で評価される。

$$K = e^{-0.66E_{max}^{1.02}} \quad \dots \dots \dots (19)$$

9. 等価応力-歪の関係

最大主応力方向一定の二軸状態において、コンクリートの内部組成の破壊と塑性進行を定量化した K 及び E_{pl} を基本概念式(3)に結びつけることにより、任意の歪履歴に対して等価応力-歪の関係を定式化することができる。

$$S = 2.37 e^{-0.66E_{max}^{1.02}} \{ E - (0.84E_{max}^4 - 0.82E_{max}^3 + 0.64E_{max}^2) / (0.83E_{max}^3 + 0.18E_{max}^2 + 0.64E_{max} + 1.96) \} \quad \dots \dots \dots (20)$$

(20)式は等価応力-歪の関係の可逆、非可逆過程を同時に表わしている。塑性・破壊の進行している非可逆過程では(20)式の E_{max} は E に等しい。図 11 に等価応力-歪の関係を(20)式と実測データを示す。任意の歪履歴に対しても両者はよい一致を示し、引張り応力の卓越したケースも、ひびわれ破壊に到るまでは(20)式で統一して表現できることがわかる。

10. あとがき

コンクリートの二軸応力下の挙動を等価応力、等価歪の概念を導入し、内部構造の塑性・破壊を表わす非可逆状態量 K E_{pl} をもとに簡単なモデルに表現できることがわかった。本定式化は塑性理論の加工硬化則に対応するものである。なお完全な構成方程式の組立てには、塑性理論の流れ則に対応する応力歪ベクトルの関係式が必要である。単調載荷時における全歪表示の応力歪テンソルの対応理論については報告が行われているが、履歴を含めた拡張は別報にて報告を行う予定である。なお本研究は文部省科学研究費補助金（課題番号 56460123）により行われた。また実験にあたり、東京大学榎本松司氏の多大な御援助を賜わった。ここに深謝致します。

11. 参考文献

- 1) J. Niwa, K. Maekawa and H. Okamura, "Nonlinear Analysis of Deep Beams" IABSE, Delft Colloquium, 1981
- 2) H. Kupfer, K. Hilsdorf and H. Rusch, "Behaviour of Concrete Under Biaxial Stresses", ACI Journal Aug. 1969
- 3) F. Vecchio and M. P. Collins, "Stress Strain Characteristics of Reinforced Concrete in Pure Shear", IABSE Delft. 1981

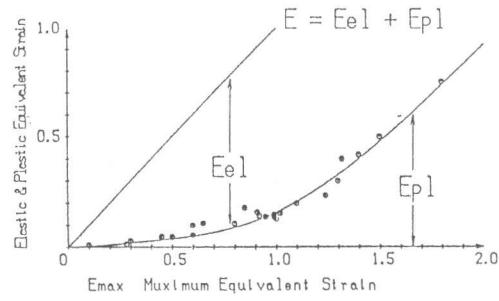


図 8 二軸応力下の塑性流れ特性

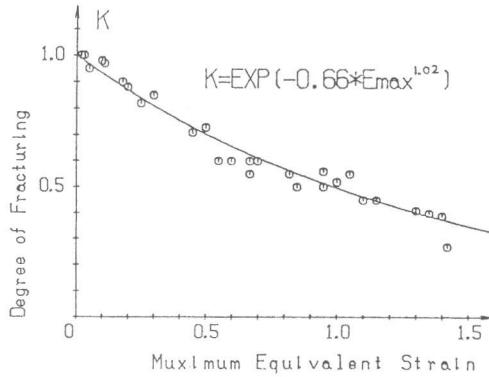


図 9 二軸応力下の破壊特性

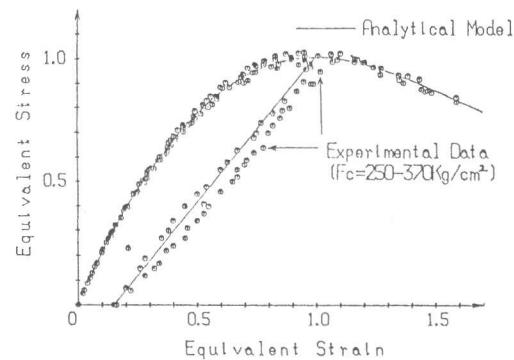


図 10 等価応力-ひずみの関係