

# [110] 曲げおよびせん断を受ける鉄筋コンクリートばりの強度と変形に関する研究

正会員 中沢 隆雄 (宮崎大学)

## 1. まえがき

本報告は、鉄筋コンクリート部材のせん断性状の中で、特に、曲げとせん断の組み合わせ荷重を受ける場合の解析手法を提案し、提案理論の適用性ならびに問題点を、明らかにすることを目的としたものである。理論の骨子は、部材を線材とみなして解析を進めるはり理論であるが、破壊面が二次元的な広がりを見せる、鉄筋コンクリート部材に対して、その適用には限界があるとされてきた。しかるに、本理論は、曲げとせん断を受ける部材が、曲げひびわれの発生によって、くし歯構造に移行した場合、曲げひびわれ間の、いわゆるコンクリートくし歯の挙動から、せん断性状を把握しうるという、Kaniらの“Teeth theory”を基礎に、コンクリートくし歯の変形によって生じる、見かけ上の付加ひずみの概念を用いて、二次元的な破壊現象を解析しうるよう展開、応用したものである。対象部材は、鉄筋比およびせん断アーム比が種々変化する、腹鉄筋のない長方形断面の単筋コンクリート単純ばりであり、これらの部材を、提案はり理論を用いて解析した。さらに、理論の妥当性を確かめるために、有限要素法による二次元非線形解析もあわせて行い、実験結果ならびに他の計算手法による解とも比較した。ここでは、えられた結果の中で、特に、鉄筋比およびせん断アーム比が、斜めひびわれ荷重、破壊荷重ならびに変形性状に及ぼす影響について検討した結果を報告する。

## 2. 基礎理論

図-1に示す、漸増二点集中荷重を受けるはりの、任意断面の力のつり合い式は、bi-linearで理想化され、コンクリートおよび鉄筋の応力-ひずみ関係を用いれば、次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{1}{2} \sigma_{co} b h (\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k) (a_1 \varepsilon_{1i} + a_2 \varepsilon_{ui} - a_3) \\ M_i &= -\frac{1}{6} \sigma_{co} b h^2 (\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k) (a_4 \varepsilon_{1i} + a_5 \varepsilon_{ui} - a_6) \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $M_i$ ：はりの任意断面  $i$  のコンクリート上下縁のひずみ、

$b$ 、 $h$ ：はりの幅および高さ、 $\sigma_{co}$ ：コンクリートの圧縮強度

$\bar{y}_k = y_k / h$ 、 $y_k$ ：断面  $i$  の下縁から任意点  $k$  までの高さ、

$a_1 \sim a_6$ ：鉄筋およびコンクリートの応力-ひずみ関係、ひびわれ発生状況および断面特性値などによって定められる係数（詳細は文献（2）参照）。

荷重の増加に伴って、曲げひびわれの発生（はりのくし歯構造への移行）、斜めひびわれの発生（コンクリートくし歯の鉄筋引張力差による耐力喪失、すなわち、くし歯のはく離）、さらには、引張主鉄筋の降伏もしくは圧縮部コンクリートの圧壊による部材全体の耐力喪失状態へと進展していくが、式（1）中の係数  $a_1 \sim a_6$  は、これらの各状態を表現しうるよう、変形の適合条件をも考慮して誘導されたものである。また、式（1）から決定された、任意断面  $i$  のコンクリート上下縁のひずみから、その時のモーメント-曲率関係が求められることから、各分割断面において、この操作を施せば、補正ひずみエネルギー法の併用によって、変形量の数値解析も可能となる。こ

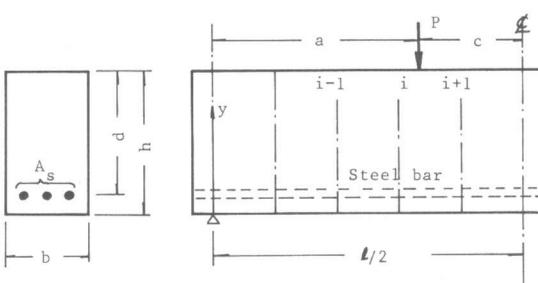


図-1. はり供試体

のように本理論は、部材の強度および変形量が一貫して解析でき、しかも不静定構造をも取り扱うことができるなど、極めて適用性が広く、しかも単純化、一般化されたものである。

### 3. 解析結果ならびに実験結果

#### 3-1. はり供試体

鉄筋比  $\rho$  を 4 種類 (0.53%、0.70%、1.43% および 1.91%) およびせん断アーム比  $a/d$  を 7 種類 (0.5 ピッチで 1.0 から 4.0 まで) 変化させた、腹鉄筋のない単筋長方形断面ばかりを作製した。なお、はりの幅  $b$ 、高さ  $h$  および有効高さ  $d$  は、それぞれ 15 cm、30 cm および 27 cm で、すべてのはりで同一とした。また、二点荷重間距離  $2c$  も、47.2 cm で同一である。

解析するに当り、実験からえられた、コンクリートの応力-ひずみ関係を図-2 に示すように理想化した。それぞれのはりに用いたコンクリートの、圧縮強度の試験結果は、表-1 に示すとおりであった。なお、コンクリートの降伏応力  $\sigma_{cy}$  および曲げ引張強度  $\sigma_{to}$  は、それぞれ圧縮強度の 70% および 14% で統一した。圧縮限界ひずみ  $\varepsilon_{co}$ 、降伏ひずみ  $\varepsilon_{cy}$  および曲げ引張限界ひずみ  $\varepsilon_{to}$  は、それぞれ  $2500 \times 10^{-6}$ 、 $1000 \times 10^{-6}$  および、 $200 \times 10^{-6}$  という値を用いている。また、鉄筋についても、コンクリートと同様な応力-ひずみ関係を用いており、鉄筋比が 0.53% および 0.70% のはりに用いた鉄筋の降伏応力  $\sigma_{sy}$  は、 $3250 \text{ kg/cm}^2$  であり 1.43% および 1.91% のはりに用いたものは、 $3652 \text{ kg/cm}^2$  であった。弹性係数  $E_s$  は、いずれも  $2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$  であった。

これらのはりの破壊実験からえられた、斜めひびわれ荷重、破壊荷重およびはり中央点の荷重-たわみ関係を、はり理論による解析結果と比較し、提案理論の妥当性、適用性の良否を検討した。なお、有限要素法や、これまで種々提案されている手法の中で、代表的な計算式を用いてえられた結果もあ

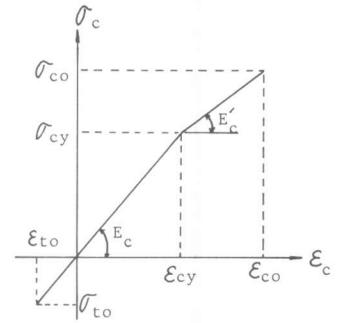


図-2. コンクリートの応力-ひずみ曲線の理想化

表-1. コンクリートの圧縮強度  
 $\sigma_{co}$  ( $\text{kg/cm}^2$ )

Steel ratio	a/d	a/d						
		1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
0.53%	255	267	234	229	283	284	292	
0.70%	178	230	237	207	214	201	192	
1.43%	258	258	247	293	240	263	311	
1.91%	351	355	350	355	393	393	348	

表-2. 斜めひびわれ荷重と終局荷重

Steel ratio	a/d	Diagonal cracking load P(ton)					Ultimate load P(ton)					
		Measured	Beam theory	FEM	ACI formula	Ono-Arakawa Eq.	Measured	Beam theory	FEM	Laupa's method	Moody's method	Whitney's method
0.53% (%)	1.0	4.88	—	8.0	3.64	7.31	7.38	6.50	14.0	10.47	6.23	6.68
	1.5	4.00	—	7.0	3.59	6.26	5.25	4.25	10.0	7.11	5.99	4.46
	2.0	2.75	3.00	5.0	3.31	5.18	3.48	3.25	7.0	5.02	5.32	3.33
	2.5	—	2.25	4.0	3.24	4.54	2.63	2.50	6.0	3.98	4.93	2.66
	3.0	—	1.75	4.0	3.56	4.53	2.50	2.25	6.0	3.64	5.04	2.23
	3.5	—	—	3.0	3.55	3.94	2.50	2.00	4.5	3.13	4.68	1.92
0.70% (%)	4.0	—	—	3.0	3.58	3.63	1.81	1.75	4.5	2.77	4.36	1.68
	1.0	6.50	5.50	6.0	3.22	6.56	10.05	8.25	12.5	9.77	5.09	9.21
	1.5	4.25	4.00	5.5	3.43	5.96	6.50	5.75	10.5	7.46	5.60	5.78
	2.0	3.25	3.25	4.5	3.39	5.21	4.75	4.25	8.0	5.69	5.35	4.35
	2.5	3.63	2.25	3.25	3.14	4.40	4.13	3.50	6.0	4.24	4.66	3.45
	3.0	—	1.75	2.75	3.15	3.97	3.03	3.00	5.0	3.61	4.43	2.88
1.43% (%)	3.5	—	1.50	2.50	3.04	3.52	3.00	2.50	4.3	2.99	3.97	2.47
	4.0	—	1.25	2.25	2.95	3.17	1.94	2.00	3.8	2.55	3.56	2.16
	1.0	11.55	10.00	8.0	4.33	7.34	17.00	18.50	18.0	15.54	6.26	19.09
	1.5	6.75	5.25	7.0	3.98	6.19	12.50	12.25	13.5	10.36	5.91	12.72
	2.0	5.25	4.25	6.0	3.73	5.28	9.25	8.50	10.0	7.81	5.46	9.48
	2.5	4.25	3.50	5.0	3.91	4.93	7.00	7.50	9.5	6.72	5.46	7.76
1.91% (%)	3.0	—	2.50	4.0	3.51	4.11	6.13	6.00	7.0	5.13	4.71	6.30
	3.5	—	2.75	3.5	3.61	3.83	4.63	4.50	6.5	4.60	4.56	5.47
	4.0	—	2.50	4.0	3.86	3.72	4.75	4.50	6.5	4.29	4.43	4.89
	1.0	10.50	13.50	12.0	5.19	8.24	17.00	24.00	23.5	19.71	6.74	24.96
	1.5	6.50	7.75	9.0	4.75	6.98	11.50	16.25	16.5	13.16	6.36	16.66
	2.0	5.50	5.75	7.0	4.50	6.00	9.50	11.50	13.0	9.84	5.99	12.47
	2.5	4.50	4.25	6.0	4.39	5.32	7.25	9.50	10.5	7.89	5.62	10.00
	3.0	3.00	3.50	5.5	4.50	4.97	5.98	7.00	10.0	6.70	4.60	8.44
	3.5	3.00	4.25	4.5	4.44	4.49	5.00	6.75	8.5	5.74	4.28	7.23
	4.0	2.50	3.00	4.0	4.15	3.87	5.13	5.50	7.0	4.91	4.49	6.23

わせて示し、検討資料に供した。以下、各項目について述べる。

### 3-2 斜めひびわれ荷重

実験および種々の計算手法からえられた、斜めひびわれ荷重を表-2に示す。この中で、鉄筋比が0.53%でせん断アーム比が2.5以上、同じく0.70%、1.43%で3.0以上のはりは、曲げ破壊を生じ、斜めひびわれは発生しなかった。また、はり理論解析においては、鉄筋比が0.53%のせん断アーム比1.0、1.5、3.5および4.0のはりは、斜めひびわれの発生、すなわちコンクリートくし歯のはく離は見られなかつた。<sup>3)</sup> ACI 318-71規準および大野・荒川式を用いるにあたっては、一応すべてのはりに斜めひびわれが発生するとして、斜めひびわれ荷重を求めたものである。表-2からもわかるとおり、斜めひびわれ荷重を推定しうる種々の方法の中で、多少の変動は見受けられるものの、はり理論による推定値が、最もよい結果を示している。なお、ACI規準は、かなり低めに推定した結果を示し、逆に有限要素法による結果は、やや高めを与えているが、大野・荒川式は、実験結果と比較的よい一致をみせている。

### 3-3 破壊荷重

実験からえられた破壊荷重を、はり理論、有限要素法、Lauppa、Moodyらのせん断モーメント理論を用いてえられた結果と比較した一覧を、同じく表-2に示す。なお、すべてのはりが、曲げ破壊を生じる場合の荷重強度を、Whitney式を用いて算定し、参考のために同表に示している。有限要素法による解は、破壊荷重を過大評価した結果を示している。Lauppa法は、鉄筋比が0.70%以下のはりで、破壊荷重をやや高めに、1.43%以上で全般的にやや低めに算定した結果を示しているが、Moody法は、各鉄筋比のはりに対して、せん断アーム比の変化に伴なう、破壊荷重の推移を鋭敏にとらえることができていない。これに対してもはり理論は、せん断アーム比の変化にかかわらず、ほぼ曲げ破壊が生じた鉄筋比が0.53%と比較的小さなはりの破壊荷重をよく推定しており、その結果は、Whitney式による結果をおおむね合致している。その傾向は、鉄筋比が0.70%および1.43%の曲げ破壊を生じたはりの場合にも見受けられる。せん断破壊を生じたはりの耐力についても、実験結果に比較して、やや高めに評価されているものの、全体的に見れば、最もよい推定値を示している。

### 3-4 たわみ

はり中央点における荷重-たわみ関係を、せん断アーム比が1.0、2.5および4.0のはりについて、各鉄筋比別に、図-3(a)および(b)に示す。有限要素法による結果は、全般的な傾向として、たわみを小さく評価している。また、ACI規準に採用されている有効断面二次モーメント法は、破壊時近傍のたわみの急増

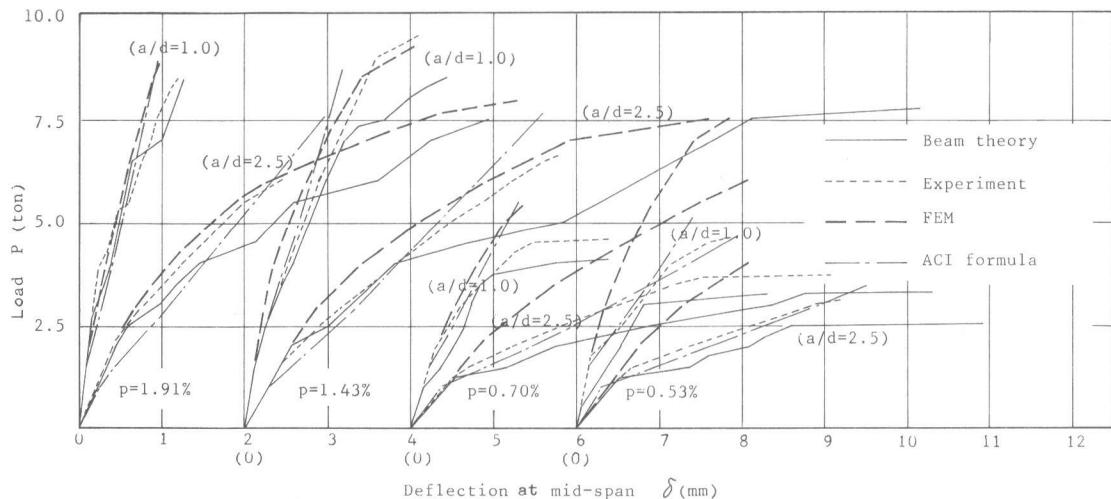


図-3 (a) . 荷重-たわみ曲線 ( $a/d=1.0, 2.5$ )

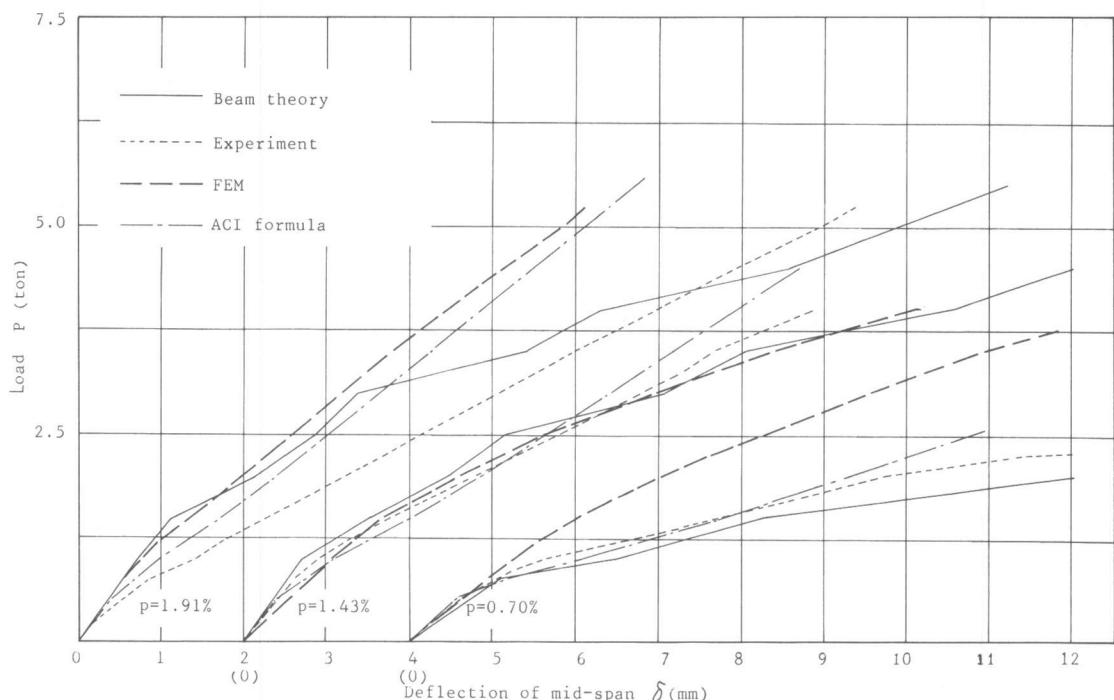


図-3 (b) . 荷重一たわみ曲線 ( $a/d=4.0$ )

現象をとらえることができていない。これに対してはり理論は、曲げひびわれの発生、コンクリートくし歯のはく離などによってたわみの急増現象を示し、定性的傾向に差異は認められるものの、実験たわみ曲線をよくとらえており、鉄筋比およびせん断アーム比の変化にもかかわらず、最もよい結果を示しているといえる。

#### 4. むすび

以上の結果から、はり理論は、極めて大きな計算容量を必要とする有限要素法や、他の種々の提案諸法に比較して、同等あるいはそれ以上によく、斜めひびわれ荷重、破壊荷重およびたわみを推定できることを立証している。しかし、本来くし歯理論は、曲げひびわれが徐々に傾斜して、斜めひびわれとなって破壊に至る、曲げせん断破壊に対する理論であって、現在のところ、はり理論によって、この種の破壊現象を示すはりを解析することは可能といえるが、さらに種々のせん断破壊性状を示すはりに対する適用性を検討するために、鉄筋比を4.84%まで高めたはりの実験を行っており、それらの結果は、後日に発表予定である。

#### References

- 1 ) Kani,G.N.J.:The riddle of shear failure and its solution,Jour. of ACI, Apr., 1964.
- 2 ) 太田俊昭, 中沢隆雄:はり理論による鉄筋およびプレストレストコンクリートばりの弾塑性解析、土木学会論文報告集、第276号、1978年8月。
- 3 ) Reported by ACI Committee 318: Building code requirements for reinforced concrete[ACI318-71] .
- 4 ) 荒川 順:鉄筋コンクリートはりのせん断抵抗に関する研究、北大工学部研究報告、第25号、1961年3月。
- 5 ) Laupa,A.: The shear strength of reinforced concrete beams, Univ.of Illinois Civil Engineering Study, Structural Research Series, No.52, Sept.,1955.
- 6 ) Moody,K.G. and I.M.Viest: Shear strength of reinforced concrete beams, part4- Analytical studies, Jour. of ACI, Mar.,1955 .
- 7 ) Whitney,C.S.: Plastic theory of reinforced concrete design, Proc. ASCE ., 1956.